

# UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE POSGRADOS



## **“RECURSOS DIDÁCTICOS MANIPULATIVOS COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE FACTORIZACIÓN”.**

*TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA  
OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGÍSTER  
EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS*

**AUTOR:**

*Ing. Quím. WENDY ISABEL CASTILLO MORENO*

**C.I.:** 0704331636

**DIRECTOR:**

*Mgs. NELI NORMA GONZÁLES PRADO*

**C.I.:** 1709818692

**CUENCA – ECUADOR**

**MAYO 2016**



## RESUMEN

La presente investigación se realizó con el objetivo de promover el aprendizaje significativo de casos de factorización con términos lineales y cuadráticos, en estudiantes de décimo año de Educación Básica, empleando fichas algebraicas imantadas como estrategia metodológica. Este estudio cuantitativo de diseño cuasiexperimental de tipo antes-después, fue aplicado a 1 docente y dos grupos de estudiantes: 27 de control y 31 intervenidos. Para la recolección de la información, se utilizaron 4 instrumentos: un cuestionario de 93 ítems en escala tipo Likert, diseñada Ad hoc para esta investigación y validada por expertos en el área de la enseñanza de las matemáticas. La encuesta permitió determinar que el docente emplea con mayor frecuencia las estrategias pre -instruccionales y co-instruccionales en la enseñanza de factorización. Además, se aplicaron dos pruebas con 13 preguntas; una pre-test y otra post-test para determinar el nivel de conocimientos de los estudiantes antes y después de la implementación de la propuesta didáctica. Los datos obtenidos se organizaron en tablas de distribución de frecuencias, la comparación fue en porcentajes por tratarse de grupos de tamaños desiguales. Luego de la intervención se evidenció que los estudiantes de ambos grupos mejoraron su promedio en un 10 %, aunque el nivel cuantitativo alcanzado fue insatisfactorio. Sin embargo los estudiantes del grupo intervenido mostraron un mayor grado de comprensión de conceptos y algoritmos, mayor motivación y desempeño durante el desarrollo de toda la propuesta. Finalmente se evaluó el impacto de la intervención mediante una encuesta, resultando novedosa, dinámica e interactiva para los estudiantes.

**Palabras claves:** Aprendizaje significativo de factorización, estrategia metodológica, fichas algebraicas imantadas.



## ABSTRACT

The present research was carried out with the objective of promoting the significant learning of factorization cases with linear and quadratic terms, in students of the tenth year of Basic Education, using the magnetized algebraic tokens as a methodological strategy. This quantitative study of pre-after quasi-experimental design was in the students of the 10th year of Basic Education of the Baccalaureate school Dr. Modesto Chávez Franco of the city of Santa Rosa, El Oro. Two groups of students: 27 control and 31 intervened. For the collection of information, 4 instruments were used: a questionnaire of 93 items on a Likert scale, designed Ad hoc for this research and validated by experts in the area of mathematics teaching. The survey showed that the teacher is most often using pre-instructional and instructional strategies in factorization teaching. In addition, two tests were applied with 13 questions; A pre-test and a post-test to determine the level of knowledge of the students before the beginning and the end of the implementation of the didactic proposal. The data obtained were organized into tables of frequency distribution, the comparison was in percentages because they were groups of unequal sizes and. After the intervention was evidenced. That the students of both groups improved their average, their average by 10%, although the quantitative level reached was unsatisfactory, while those of control did it in an average point. However, the students in the intervention group showed a greater degree of understanding of concepts and algorithms, greater motivation and performance during the development of the whole proposal. Finally the impact of the whole intervention was evaluated through a survey, resulting novel, dynamic and interactive for the students.

**Key words:** teaching resources, manipulatives, algebraic tokens magnetized, methodological strategy, meaningful learning factorization.



## INDICE

<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	11
<b>DEDICATORIA</b> .....	12
<b>RESUMEN</b> .....	2
<b>ABSTRACT</b> .....	3
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	13
<b>CAPITULO I</b> .....	16
<b>MARCO TEÓRICO</b> .....	16
1.1. Fundamentación Teórica .....	16
1.1.1. Estrategias metodológicas.....	16
1.1.3. Estrategias para el aprendizaje significativo.....	16
1.1.6. El uso de manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. ....	22
1.1.7. La concepción constructivista para la enseñanza de la factorización..	23
1.1.8. Recursos Didácticos Manipulativos para el aprendizaje de factorización.....	25
1.1.9. Las potencialidades que presentan los materiales manipulativos en la clase de matemáticas. ....	27
1.1.10. Evaluación de conocimientos de factorización.....	30
<b>CAPÍTULO II</b> .....	33
<b>MÉTODO</b> .....	33
2.1. Tipo de investigación.....	33
2.2. Enfoque y diseño de investigación:.....	33
2.3. Universo de estudio. ....	33
2.4. Muestra .....	33
2.5. Operacionalización de las variables .....	34
2.6. Métodos y técnicas de recolección de información .....	35
2.6.1. Instrumentos de recolección de información. ....	35
Encuesta	35
Pruebas pre- test y post - test .....	35
2.6.2. Procedimiento.....	36
Fase I: Elaboración y pilotaje de los instrumentos de recolección de la información.	36
Fase II: Aplicación del pre-test.....	37



<b>Fase III: Elaboración y validación de los recursos didácticos manipulativos concretos.</b>	37
<b>Fase IV: Diseño e implementación de la guía didáctica que incorpora recursos didácticos manipulativos</b>	38
<b>Fase V: Aplicación de la post-test y el cuestionario de percepciones sobre el impacto de la propuesta didáctica.</b>	38
<b>CAPITULO III</b>	40
<b>RESULTADOS</b>	40
<b>3.1. Resultados de la encuesta dirigida a estudiantes</b>	40
<b>Tabla 2</b>	40
Estrategias Pre-instruccionales aplicadas por el docente de matemáticas.	40
<b>Tabla 3.</b>	41
Estrategias co-instruccionales aplicadas por el docente de matemáticas.	41
<b>Tabla 4.</b>	43
Estrategias Post-instruccionales aplicadas por el docente de matemáticas	43
<b>3.2 RESULTADOS DE LA PRUEBA PRE-TEST</b>	44
<b>Tabla 5.</b> Respuestas correctas de la pregunta 1 del pre-test.	45
<b>Grafico 1.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 2 del pre-test.	45
<b>Grafico 2.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 2 del pre-test.	45
<b>Grafico 3.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 5 del pre-test.	47
<b>Grafico 4.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 5 del pre-test.	47
<b>Grafico 5.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 7 del pre-test.	48
<b>Grafico 6.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 7 del pre-test.	48
<b>Grafico 9.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 11 del pre-test.	50
<b>Grafico 10.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 11 del pre-test.	50
<b>Grafico 11.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 13 del pre-test.	51
<b>Grafico 12.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 13 del pre-test.	51



<b>CAPITULO IV .....</b>	<b>52</b>
<b>PROPUESTA.....</b>	<b>52</b>
<b>4.1. Tabletas algebraicas imantadas.....</b>	<b>52</b>
<b>4.2. Objetivos.....</b>	<b>52</b>
<b>4.2.1. Objetivo General: .....</b>	<b>52</b>
<b>4.2.2. Objetivos específicos: .....</b>	<b>52</b>
<b>4.3. Justificación de la propuesta .....</b>	<b>53</b>
<b>4.4. Costo. ....</b>	<b>54</b>
<b>4.5. Cronograma de actividades con el manejo de los Recursos Manipulativos.</b>	<b>54</b>
<b>4.6. Guía didáctica de aprendizaje.....</b>	<b>55</b>
<b>4.6.2. Representación geométrica de expresiones algebraicas lineales y cuadráticas.....</b>	<b>55</b>
<b>4.6.3. Reglas generales para la agrupación o combinación de las fichas algebraicas magnéticas. ....</b>	<b>57</b>
<b>4.6.4. Estructura de las sesiones de aprendizaje .....</b>	<b>58</b>
<b>4.6.5. Conocimientos previos .....</b>	<b>58</b>
<b>4.6.6. SESIONES DE APRENDIZAJE .....</b>	<b>62</b>
<b>SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1 .....</b>	<b>62</b>
<b>SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 2 .....</b>	<b>68</b>
<b>SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3 .....</b>	<b>72</b>
<b>SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4 .....</b>	<b>82</b>
<b>SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 5 .....</b>	<b>89</b>
<b>SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 6 .....</b>	<b>96</b>
<b>SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 7 .....</b>	<b>104</b>
<b>4.7. Resultados de la prueba final de aprendizaje (Pos-test).....</b>	<b>110</b>
<b>Tabla 12. Número de respuestas correctas de la pregunta 1 del post-test y sus respectivos porcentajes.....</b>	<b>110</b>
<b>Grafico 13. Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 2 del post-test. ....</b>	<b>111</b>
<b>Grafico 14. Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 2 del post-test. ....</b>	<b>111</b>
<b>Tabla 13. Número de respuestas correctas de la pregunta 3 del post-test y sus respectivos porcentajes.....</b>	<b>111</b>
<b>Grafico 15. Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 4 del post-test. ....</b>	<b>112</b>



<b>Grafico 16.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 4 del post-test. ....	112
<b>Tabla 14.</b> Número de respuestas correctas de la pregunta 5 del post-test y sus respectivos porcentajes.....	112
<b>Grafico 17.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 6 del post-test. ....	113
<b>Grafico 18.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 6 del post-test. ....	113
<b>Grafico 19.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 8 del post-test.....	114
<b>Grafico 20.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 8 del post-test. ....	114
<b>Grafico 21.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 10 del post-test. ....	115
<b>Grafico 22.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 10 del post-test. ....	115
<b>Grafico 23.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 12 del post-test. ....	116
<b>Grafico 24.</b> Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 12 del post-test. ....	116
<b>3.4. Resultados de la encuesta dirigida a estudiantes respecto al impacto de las estrategias metodológicas que incluyen el manejo de recursos didácticos manipulativos en el aprendizaje de factorización.</b> .....	116
<b>Tabla 19. Pregunta 1:</b> Características de las fichas algebraicas imantadas. ....	117
<b>Tabla 20.</b> Distribución de frecuencias de las actividades pedagógicas planificadas por el docente para la enseñanza- aprendizaje significativo de factorización. ....	117
<b>Tabla 21.</b> Distribución de frecuencias de las actividades que realizaron los estudiantes durante el desarrollo de la propuesta. ....	118
<b>Tabla 22.</b> Percepción de estudiantes sobre el nivel de destrezas alcanzadas en el desarrollo de la propuesta. ....	119
<b>Tabla 23.</b> Número de respuestas correctas obtenidas por cada estudiante del grupo experimental en las evaluaciones pre-test y post-test. ....	122
<b>DISCUSIÓN</b> .....	123
<b>CONCLUSIONES</b> .....	125
<b>RECOMENDACIONES</b> .....	130
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	132
<b>ANEXOS</b> .....	138



**ANEXO 1:** Autorización para el desarrollo de la propuesta en la institución educativa.  
139

**ANEXO 2:** Consentimiento informado ..... 140

**ANEXO 3:** Encuesta sobre estrategias metodológicas. .... 141

**ANEXO 4:** Prueba de diagnóstico (Pre-test) ..... 146

**ANEXO 5:** Prueba final de aprendizaje (Post – test)..... 150

**ANEXO 6:** Tabla de especificaciones de la prueba de diagnóstico (Pre-test) y de la prueba final de aprendizajes (Post-test)..... 155

**ANEXO N° 7:** Encuesta para evaluar la propuesta ..... 156

**ANEXO 8:** Fotografías sobre el desarrollo de la propuesta didáctica. .... 160






Universidad de Cuenca  
Clausula de derechos de autor

*Wendy Isabel Castillo Moreno*, autora del Trabajo de Titulación "Recursos didácticos manipulativos como estrategia metodológica y su incidencia en el aprendizaje significativo de factorización", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Magíster en Docencia de las Matemáticas. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor/a

Cuenca, mayo de 2016



Wendy Isabel Castillo Moreno

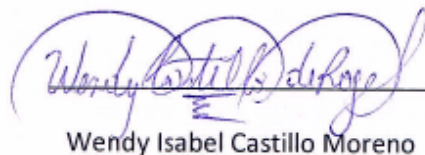


Universidad de Cuenca  
Clausula de propiedad intelectual

---

*Wendy Isabel Castillo Moreno*, autora del Trabajo de Titulación "Recursos didácticos manipulativos como estrategia metodológica y su incidencia en el aprendizaje significativo de factorización", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, mayo de 2016



Wendy Isabel Castillo Moreno



## AGRADECIMIENTO

A DIOS, porque es el ser más importante en mi vida, sin él nada soy, el rescató mi vida y me dió la oportunidad de iniciar y culminar este proceso, que empezó como un gran sueño pero con su poder él lo hizo una maravillosa realidad, por todo lo que representa en mi vida y en mi corazón no me canso de darle gracias al dador de la vida, al amigo que nunca me falla, el que me corona de favores y misericordia, el mi pastor y nada me faltará.....

A mi MADRE, por su apoyo incondicional porque siempre está allí cuando más la necesito, brindándome el consejo, la compañía y el cuidado tan generoso que le brinda a mi hija, gracias madre porque me diste la vida y los valores éticos y morales necesarios para triunfar, para salir adelante, para pelear las más duras batallas que con amor y dedicación las he podido enfrentar.

A mi directora de tesis, la Dra. NELI GONZALES, que ha sido como una amiga y me ha brindado sus conocimientos que me permitieron culminar con la redacción y aprobación de mi tesis de maestría, gracias por toda la paciencia y comprensión que ha puesto de manifiesto durante todo el desarrollo de la tesis.



## DEDICATORIA

A mi querida HIJA, un pedazo de cielo que Dios me regaló por su infinita bondad, eres un tesoro muypreciado para mí, momentos difíciles hemos pasado, la distancia nos ha enseñado grandes lecciones, a darnos cuenta que el amor siempre permanece a pesar de todos los obstáculos que se puedan presentar. Te amo.

A mi ESPOSO, que me ha brindado momentos de compañía, apoyo, paciencia, confianza y sobre todo mucho amor para sobrellevar tantos momentos de distanciamiento debido a los viajes a Cuenca, gracias por tu comprensión.

A la familia Chavecina, por haberme acompañado a lo largo de este proceso, desde el inicio al fin, brindándome su apoyo fraterno y afecto que hicieron posible que mi estado de ánimo mejora siempre que me encontraba triste y sin ganas de continuar, gracias por las palabras de aliento y los consejos en momentos de lucha.



## INTRODUCCIÓN

Es importante que el docente utilice estrategias metodológicas adecuadas en el proceso de enseñanza aprendizaje, evitando por todos los medios causar en los estudiantes una fatiga, aburrimiento o desmotivación por causa de permanentes prácticas docentes tradicionalistas, mecanicistas o meramente memorísticas, donde los estudiantes no logran establecer un significado al sinnúmero de conocimientos impartidos por los docentes, lo que provoca que fácilmente se olviden o no les interese aprender matemática.

Con el objetivo primordial de evaluar la incidencia de la incorporación de recursos didácticos manipulativos concretos en el aprendizaje significativo de Factorización en los estudiantes del colegio de bachillerato Dr. Modesto Chávez Franco de la ciudad de Santa Rosa, provincia de El Oro, durante el periodo lectivo 2016 – 2017, se desarrolló el estudio denominado “RECURSOS DIDÁCTICOS MANIPULATIVOS COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE FACTORIZACIÓN”, cuyos objetivos específicos fueron: determinar los diversos tipos de estrategias metodológicas y recursos didácticos que aplican los docentes en el mencionado colegio en la enseñanza de Factorización; el diagnóstico de los conocimientos básicos y procesos algorítmicos como prerrequisitos para estudiar el tema de Factorización ; el diseño de una guía didáctica que incorpore recursos didácticos manipulativos concretos en el proceso de enseñanza- aprendizaje de los conceptos y algoritmos relacionados con la factorización de expresiones algebraicas; por último la implementación y evaluación del impacto que generó en los estudiantes la propuesta.

La presente investigación consta de los siguientes capítulos: marco teórico, metodología, resultados, propuesta, discusión, conclusiones, recomendaciones y bibliografía.



El marco teórico plantea las bases teóricas y las definiciones de términos básicos que sustentan el desarrollo adecuado de la investigación. Para ello se fundamenta en autores como:

En el capítulo dos, se describe que la metodología empleada en la investigación fue de tipo comparativa, de diseño cuasiexperimental, conformada por un docente y dos grupos: uno experimental (31 estudiantes) y otro de control (27 estudiantes), con pre-test y post-test. Además, la forma de selección de la muestra, la misma que corresponde a los estudiantes de décimo año de Educación Básica del colegio de bachillerato Dr. Franco, de la ciudad de Santa Rosa provincia de El Oro. En este capítulo también se presentan las técnicas e instrumentos de recolección de datos, los cuales fueron previamente validados mediante pilotaje; del mismo modo se describe el tratamiento y análisis estadístico.

En el capítulo tres, se describen con detalle los resultados obtenidos en el pre-test y la encuesta aplicada sobre estrategias metodológicas del docente de matemáticas, acorde con la metodología planteada, que evidenciaron un deficiente nivel de conocimientos muy similar por parte de los dos grupos; asimismo un análisis de los mismos, que permitió realizar la discusión, es decir un análisis correlacional entre los dos grupos, además del planteamiento de las conclusiones y recomendaciones.

El capítulo cuatro trata sobre la propuesta trabajada con el grupo experimental, construida a partir de los resultados de la información recolectada por la prueba de diagnóstico y la mencionada encuesta; la misma que contempla 7 sesiones de aprendizaje estructuradas en una guía didáctica apoyada en el uso de fichas algebraicas imantadas como recurso metodológico que permitieron cumplir con los objetivos propuestos inicialmente. Cabe destacar que al final de cada sesión de aprendizaje se propuso una evaluación denominada “DEMUESTRO MIS DESTREZAS MATEMÁTICAS” las mismas que fueron aplicadas a los estudiantes durante las sesiones de trabajo y lo hicieron en 9 grupos de tres estudiantes y un grupo de 4 estudiantes porque se construyeron 11 sets de fichas algebraicas: 10 para los grupos de estudiantes y uno para el docente, este último con el doble del



área de las fichas para trabajar en una pizarra metálica. En este capítulo se se incluyen además los resultados obtenidos en el post-test así como los resultados de evaluación del impacto de la propuesta en los estudiantes de décimo año de Educación Básica.

Por último se presenta la bibliografía consultada y los respectivos anexos.



# CAPITULO I

## MARCO TEÓRICO

### 1.1. Fundamentación Teórica

#### 1.1.1. Estrategias metodológicas.

*Según Díaz Barriga y Hernández (1998) una estrategia metodológica “consiste en realizar manipulaciones o modificaciones en el contenido o estructura de los materiales de aprendizaje, o, por la extensión, dentro de un curso o clase, con el objeto de facilitar el aprendizaje y la comprensión de los alumnos. Son planeadas por el agente de enseñanza (docente, diseñador de materiales, o software educativo) y deben utilizarse en forma inteligente y creativa” (p.214).*

#### 1.1.2. Estrategias metodológicas en el aula.

El proceso de aprender está vinculado a la acción de aceptar nueva información para transformarla en conocimiento. Esta transformación está relacionada con el “aprender” y el “aprender a aprender”. En el “aprender”, la información se transforma en conocimiento o habilidad que desarrolla la mente y el campo de los conocimientos. En el “aprender a aprender”, se alude a la toma de conciencia sobre cómo piensa y aprende el sujeto; es reflexionar acerca de las capacidades que posee o debe desarrollar para aprender; es pensar en sus propios procesos de pensamiento; es desarrollar la metacognición.

#### 1.1.3. Estrategias para el aprendizaje significativo.

*Synergies Venezuela n° 6 - 2011 pp. 67-80 71, Alviárez (2005) alega que el aprendizaje significativo surge cuando el alumno, como constructor de su propio conocimiento, relaciona los conceptos a aprender y les da un sentido a partir de la estructura conceptual que ya posee. Dicho de otro modo, construye nuevos conocimientos a partir de los conocimientos que ha adquirido anteriormente. Este puede ser por descubrimiento o receptivo. Pero además construye su propio conocimiento porque quiere y está interesado en ello. El aprendizaje significativo a veces se construye al relacionar los conceptos nuevos con los conceptos que ya posee y al relacionar los conceptos nuevos con la experiencia que ya se tiene. El aprendizaje significativo se da cuando las tareas están relacionadas de manera congruente y el sujeto decide aprenderlas. Asimismo, la autora afirma que las estrategias para el aprendizaje significativo están conformadas sistemáticamente por los métodos,*





*técnicas, actividades y recursos, con miras a garantizar el aprendizaje de los alumnos, estableciendo previamente los objetivos del programa de clase.*

Para Gagné (1999) estas estrategias son “todas las condiciones que sirven para activar y apoyar los procesos para el aprendizaje” p. 239; y establece una vinculación especialmente de las condiciones externas de las situaciones de aprendizaje con los procesos internos de percepción selectiva, codificación, recuperación y organización de respuestas. Asimismo, Meza (2005) define las estrategias para el aprendizaje significativo como procedimientos lógicos y psicológicamente estructurados, destinados a orientar, con el fin de alcanzar los objetivos del aprendizaje.

#### **1.1.3.1. Clasificación de las Estrategias de Aprendizaje**

En la praxis educativa, las estrategias se deben emplear como procedimientos flexibles a distintas circunstancias del aprendizaje. Díaz y Hernández (2002) señalan que diversas estrategias para el aprendizaje significativo pueden incluirse antes, durante o después de un contenido curricular específico en el quehacer docente. En este sentido, estos autores presentan una clasificación de las estrategias para el aprendizaje significativo basada en su momento de uso y presentación son: las pre-instruccionales como: activar expectativas, lluvia de ideas, objetivos, organizadores previos, predicciones, ilustraciones, entre otras; las co-instruccionales como: ilustraciones, redes semánticas, mapas conceptuales y de palabras, analogías, inferencias, referentes, estructuras textuales, pistas discursivas y dramatizaciones; y las post-instruccionales como: preguntas intercaladas, estructuras textuales, resúmenes, redes semánticas, mapas conceptuales y tópicos. p. 72.

**Estrategias pre-instruccionales.-** Orellana (2008), establece que, estas estrategias tienen como finalidad que el alumno sea capaz de plantearse objetivos y metas, que le permiten al profesor saber si el estudiante tiene idea de lo que la asignatura contempla y la finalidad de su instrucción. Son utilizadas para que el alumno recuerde los conocimientos previos con mayor rapidez y para que comprenda de manera más eficaz, la aplicación de la nueva información. Lo anterior indica que, son estrategias para preparar y alertar al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender, a la activación de conocimientos y experiencias previas, le permiten ubicarse en el contexto.



A continuación se describen diferentes tipos de estrategias pre-instruccionales:

**Objetivos:** Son enunciados técnicos que constituyen puntos de llegada de todo esfuerzo intencional, que orientan las acciones que procuran su logro. Barleta (2008), explica que los objetivos de enseñanza como estrategias pre-instruccionales, determinan el plan de clases y los contenidos, donde se precisan los métodos, medios de enseñanza y la frecuencia de evaluación, los cuales deben reflejarse en los distintos documentos, según el nivel de generalidad al que corresponden y en cada uno de ellos destacar sus aspectos fundamentales.

**Organizadores previos:** Es una información de tipo introductoria y contextual, que activa los conocimientos previos, creando un marco de referencia común que tiende un puente cognitivo entre el conocimiento nuevo y el previo. Díaz y Hernández (2007), señalan que comprenden un material introductorio de un alto nivel de abstracción, generalidad e inclusividad referido a un nuevo contenido que se va a aprender; en determinadas circunstancias, lo cual permite mejorar los resultados del aprendizaje.

**Señalizaciones:** Son indicaciones que se hacen en un texto o en la situación de enseñanza para enfatizar u organizar elementos relevantes del contenido a aprender; orientan y guían la atención para identificar la información principal. Solé (2008), las define como imágenes de registros denotativos y connotativos donde el alumno contextualiza la enseñanza teniendo como norma darle sentido al producto. La efectividad del uso de las señalizaciones se mide con el procesamiento de los registros de cada alumno en una evaluación, de esa manera podrá viabilizar la elaboración del sistema de señalizaciones en un contenido determinado por aprender.

**Activar conocimientos previos:** Existen estrategias para activar conocimientos previos, tales como la lluvia de ideas y las preguntas dirigidas, las cuales son útiles al docente ya que permiten indagar y conocer lo que saben los alumnos, para poder utilizar tal conocimiento como fase para promover nuevos aprendizajes. En tal sentido, Díaz y Hernández (2007), las define como aquellas estrategias dirigidas a activar los preconceptos que los alumnos poseen e incluso a generarlos cuando no existan, resultando fundamental para el aprendizaje.



**Estrategias co-instruccionales.-** Son aquellas que apoyan los contenidos curriculares durante el proceso de enseñanza. Según Díaz y Hernández (2007), éstas realizan funciones como, detección de la información principal, conceptualización de los contenidos, delimitación de la organización, estructuración e interrelaciones entre dichos contenidos, mantenimiento de la atención y motivación. Aquí pueden incluirse estrategias como: ilustraciones, organizadores gráficos, redes semánticas, mapas conceptuales, entre otras.

Según Omnia, (2012). “**Las ilustraciones** son representaciones visuales de objetos o situaciones sobre una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, dramatizaciones), las cuales facilitan la codificación visual de la información”. p. 67. Las ilustraciones según Benedito (2007), son más recomendables que las palabras para comunicar ideas de tipo concreto o de bajo nivel de abstracción, conceptos de tipo visual o espacial.

**Organizadores gráficos:** Son representaciones visuales de conceptos, explicaciones o patrones de información (cuadros sinópticos), útiles para realizar una codificación visual y semántica de conceptos. Se encuentran entre uno de los mejores métodos para enseñar las habilidades del pensamiento. Las técnicas de organización gráfica, son necesarias para trabajar con ideas y para presentar diversa información, enseñan a los estudiantes a clarificar su pensamiento, procesar, organizar y priorizar la nueva información.

**Preguntas intercaladas:** Están presentes en la situación de enseñanza o en un texto, mantienen la atención y favorecen la práctica, retención y la obtención de información relevante. Contribuyen a que el estudiante practique y consolide lo aprendido, se autoevalúa gradualmente a través de ellas. En tal sentido, Vera (2008), considera que las preguntas intercaladas en la situación de enseñanza, promueve en los alumnos la atención, práctica, asimilación y la obtención de nuevos conocimientos.

**Mapas y redes conceptuales:** Constituyen una importante herramienta para ayudar a los alumnos a almacenar ideas e información, ya que tienen por objeto representar relaciones significativas. Acosta y Acosta (2010), plantean que los mapas conceptuales son una estrategia de enseñanza para organizar, agrupar y



relacionar los conceptos, desde los más generales y pertinentes, hasta los más sencillos y complejos; facilitando una mejor comprensión de los contenidos estudiados. Como estrategia, promueve el desarrollo del proceso de aprender a aprender representando los significados de conceptos científicos.

**Estrategias post-instruccionales.**- Son aquellas que se presentan después del contenido que se ha de aprender. Su utilidad radica en generar en el alumno la formación de una visión integradora e incluso crítica del material. Díaz y Hernández (2007), establecen que se utilizan al momento del cierre de la temática o clase y permiten, realizar una postura crítica sobre los contenidos desarrollados; así como valorar el aprendizaje de cada uno. Algunos tipos de estrategias post-instruccionales, son:

**Promoción de enlaces:** Son aquellas estrategias destinadas a ayudar a crear vínculos adecuados entre los conocimientos previos y la información nueva a aprender, asegurando con ello una mayor significatividad de los aprendizajes logrados. Se recomienda utilizar tales estrategias antes o durante la instrucción para lograr mejores resultados.

Por otra parte Acosta y García manifiestan que los **resúmenes:** Constituyen una síntesis y abstracción de la información relevante de un discurso oral o escrito; para enfatizar conceptos claves, principios y argumentos centrales; facilitan que el estudiante recuerde y comprenda la información relevante del contenido por aprender. Para Abolio (2007), es una técnica muy utilizada por los docentes para sintetizar información referida a los contenidos más importantes tratados en la clase.

**Analogías:** Son proposiciones que denotan las semejanzas entre un suceso o evento y otro; sirven para comprender información abstracta, se traslada lo aprendido a otros ámbitos. Mediante la analogía se relacionan los conocimientos previos y los nuevos que el docente introduce a la clase. Además, permiten comparar, evidenciar, aprender, representar y explicar algún objeto, fenómeno o suceso. Durante el desarrollo de una clase el profesor puede recurrir a analogías para facilitar la comprensión de los contenidos que imparten.

Las distintas estrategias para el aprendizaje significativo que se han descrito anteriormente pueden usarse simultáneamente e incluso hacer algunos híbridos,



debido a que el uso de las estrategias dependerá del contenido de aprendizaje, de las tareas que deberán realizar los estudiantes, de las actividades efectuadas y de ciertas características de los aprendices como, el nivel de desarrollo, (ZDP de Vygotsky), conocimientos previos, entre otros.

#### 1.1.4. Recursos didácticos manipulativos

Todos aquellos objetos físicos tangibles diseñados con un fin didáctico (estructurado), que el alumno pueda tocar directamente con sus manos, además de tener la posibilidad de intervenir sobre ellos haciendo modificaciones.

#### 1.1.5. Clasificación del material manipulativo

Considerando la definición sobre materiales manipulativos dada anteriormente, corresponde hacer una clasificación de éstos, para determinar los que forman parte de este estudio. La clasificación de los materiales manipulativos se puede hacer de diversas formas y atendiendo a diversos criterios.

1. Según su funcionalidad (Alsina, 1987), pueden ser estructurados o no estructurados (Cascallana, 1988).
2. Atendiendo a su versatilidad o capacidad del material para ser empleado para el estudio de un mayor o menor número de conceptos o propiedades matemáticas distintas.
3. Distinguiendo materiales manipulativos y virtuales o no manipulativos (González, 2010),
4. Según su utilidad y según el formato (Flores y otros, 2010). Coriat (1997) sostiene que, aunque todos los temas se pueden desarrollar con apoyo de material, no es necesario ni posible hacer tal desafío, pero es preciso seleccionar bien el material bajo dos criterios: versatilidad y no-exhaustividad.
5. Según los momentos en que se puede utilizar el material manipulativo son tres, según Corbalán (1994):
  - a) Pre-instruccional, en el inicio de la clase, cuando se introduce un concepto.
  - b) Co-instruccional, durante el desarrollo de la clase, donde se trabaja un concepto.



- c) Post-instruccional, al cierre de la clase, cuando se repasa un concepto o contenido.

De acuerdo al tipo de tarea o actividad que se pretende que el alumno logre con el uso de materiales manipulativos, puede ser: 1. Mostrar-observar 2. Proponer-manipular 3. Plantear-Resolver problemas 4. Buscar-desarrollar estrategias.

6. Finalmente se puede clasificar el material manipulativo, de acuerdo con el tipo de aprendizaje que se pretende desarrollar en los alumnos:
- Memorizar, retener y recuperar información
  - Comprender, hacer relaciones
  - Resolver problemas
  - Aplicar algoritmos
  - Ejercitarse, dominar la técnica
- A partir de estas clasificaciones, en nuestro estudio trabajamos con la clasificación dada por Flores y otros (2010), correspondiente a la utilidad del material manipulativo, como se explica en el punto anterior sobre términos claves y descriptores.

#### 1.1.6. El uso de manipulativos en la enseñanza de las matemáticas.

Los sentidos son el medio natural por el cual adquirimos conocimiento. La vista, el oído y el tacto permiten conocer el mundo e interpretarlo de manera personal y única. El profesor pasa a ser el mediador del aprendizaje. En este sentido, Área (2010) afirma:

*En un proceso educativo, el educando o educanda construye su aprendizaje paso a paso, avanzando pero también con retrocesos. En la tarea de aprender nadie le puede sustituir: tiene que implicarse y esforzarse y tiene que aprender a autorregular su propio proceso de aprendizaje (aprender a aprender). La función del docente es ayudarlo en este proceso de aprendizaje, acompañándolo y tomando las decisiones necesarias y poniendo todos los recursos posibles, entre ellos los materiales didácticos. (Área, 2010, 16)*

La enseñanza de las matemáticas debe estar basada en procesos de descubrimiento. Esta no se basa únicamente en la transferencia de



contenidos, sino que se otorga más relevancia a su enseñanza a través de procesos matemáticos derivados de la resolución de problemas. Esta forma de ver la enseñanza de las matemáticas implica que los objetivos han de estar basados en lo manipulativo y concreto, con el fin de llevar al alumnado hasta lo simbólico y lo abstracto. “Las Matemáticas no se aprenden, sino que se hacen.” (Sánchez y Casas, 1998. p, 143). Lo que hace indispensable la utilización de recursos didácticos manipulativos con los cuales se complementen las clases de matemática, favoreciendo el proceso de enseñanza aprendizaje ya que este se vuelve más interactivo y significativo para docentes y estudiantes.

*Asimismo, existen varias estrategias metodológicas para la enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo, el autor Bruner estableció que para el aprendizaje de un mismo concepto es conveniente que se sigan “3 fases” que estimulan el razonamiento lógico-matemático. La 1ª es la -fase manipulativa- en la cual por medio de elementos materiales el niño toma contacto con el aprendizaje. A continuación, se pasaría a la 2ª - fase visual o gráfica- donde mediante elementos visuales (dibujos) los niños van interiorizando el contenido trabajado. Y, por último, en la 3ª -fase abstracta o simbólica-, ya no necesitan apoyo físico ni gráfico, pues son capaces de operar sobre signos abstractos y arbitrarios como son los números.*

Finalmente para otros autores como Decroly (1871-1932) y Montessori (1870-1952), el aprendizaje debe partir de la respuesta de los sentidos, partiendo de lo concreto y no partiendo de la facultad intelectual como otros autores apuntan. Aunque existe una diferencia entre ambos autores, Decroly no apuesta por el material para construir, sino que se basa en fenómenos a través de la observación analítica. Por el contrario, Montessori apuesta por el uso de materiales artificiales.

#### **1.1.7. La concepción constructivista para la enseñanza de la factorización**

La concepción constructivista del aprendizaje, se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte, es promover los procesos de conocimiento personal del estudiante, en el marco de la cultura del grupo. Desde la concepción constructivista, se rechaza la idea del estudiante como un mero receptor de los





saberes culturales, así como tampoco se acepta la idea de que el desarrollo es una simple acumulación de aprendizaje específico.

La concepción constructivista del aprendizaje sitúa la actividad mental del estudiante en la base de los procesos del desarrollo personal. Mediante la realización del aprendizaje significativo, el estudiante construye, modifica, diversifica y coordina sus esquemas, estableciendo de este modo redes de significados que enriquecen su conocimiento (Coll, 1997).

La concepción constructivista plantea "que el verdadero aprendizaje humano, es una construcción de cada estudiante que logra modificar su estructura mental; alcanzando un mayor nivel de: diversidad, complejidad e integración" (Flores, 1998).

La enseñanza constructiva considera que el aprendizaje humano es siempre una construcción interior, aún en el caso de que el educador acuda a una clase magistral, pues ésta no puede ser significativa si sus conceptos no encajan ni se acoplan a los conceptos previos de los estudiantes. En la actualidad la mayoría de los docentes que enseñan la factorización utilizan el método de clase magistral, logrando con ello que los estudiantes sólo repitan lo que el maestro dice sin que a su vez lo comprendan, con la enseñanza constructivista se podrá lograr potenciar al máximo ese procesamiento interior del estudiante. Las condiciones necesarias para potenciar la enseñanza constructiva según Flores (1998, p. 237) son:

- a) Generar insatisfacción con los prejuicios y los preconceptos. Para facilitar que los estudiantes se percaten y tengan en cuenta sus errores.
- b) Favorecer una nueva concepción más clara y distinta de la anterior.
- c) Permitir a los estudiantes comprender y analizar las causas que originaron sus prejuicios y nociones erróneas.
- d) Crear un clima para la libre expresión del estudiante sin coacciones ni temor a equivocarse.
- e) Hacer al estudiante partícipe del proceso de enseñanza, desde la planeación, incluyendo las fuentes de información.





Las recomendaciones propuestas por Flores (1998, p. 238) para utilizar un modelo de enseñanza constructivista son:

- a) La representación se aclara mediante el uso de modelos (material concreto): verbal, gráfico, matemático, etc.
- b) Relacionar el conocimiento con sus aplicaciones.
- c) A medida que se avanza en la discusión, vuelva a repetir la pregunta para precisar mejor su sentido y sus verdaderas premisas, supuestos y restricciones". Por las condiciones anteriormente mencionadas se encuentra una gran coherencia y relación entre la enseñanza constructivista y la utilización y/o implementación de recursos didácticos concretos.

En tal virtud, esta investigación tiene como propósito implementar como una estrategia metodológica que promueva el aprendizaje significativo de los conocimientos de factorización a través el uso de recursos didácticos concretos, que permitan que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la factorización sea más dinámico y efectivo tanto para el estudiante como para el docente. además pretende que los estudiantes mejoren su nivel de abstracción del conocimiento más sencillo al más complejo.

#### **1.1.8. Recursos Didácticos Manipulativos para el aprendizaje de factorización.**

A continuación se citan varios autores centrados en las manipulaciones algebraicas los mismos que proponen procedimientos simples y generales para factorizar cualquier expresión polinómica cuadrática, algunos de ellos son: "William Hull creó las tabletas algebraicas como recurso manipulativo concreto debido al énfasis que se da a los elementos visuales y táctiles (forma, color, tamaño, longitudes). Estas tabletas son llamadas comúnmente "Los Bloques de Dienes" que fueron creados por Zoltan Dienes, los usó en escuelas de Canadá y Australia. Actualmente se promueve su uso como "manipulativos". Según Gonzales, (2014), "Los Bloques de Dienes ya son una estrategia basada en el manejo de fichas de



diferentes áreas”, con las cuales afirma Dienes, (1972) “un docente de una carrera de Matemáticas debe contar, para permitir que los estudiantes que presentan dificultades con las expresiones algebraicas, lo aborden de manera satisfactoria”.

Del mismo modo Jiménez y Márquez (2009) en los resultados de su tesis obtuvieron que: “El dominó algebraico fue uno de los juegos más completos en cuanto a la metodología, temática, reglas, procedimientos, resultados. Con este juego se logró motivación, el interés, la atención, la satisfacción y la alegría por parte de los alumnos” (p.83).

Duval (1999) plantea “una teoría en la cual afirma que el libre tránsito entre las diferentes representaciones de un objeto matemático le permite al estudiante tener una mayor comprensión del mismo”, además, “las representaciones semióticas son esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento” (Jiménez, Guantiva & Sánchez, 2011).

“Para explicar las dificultades de los estudiantes al factorizar, se tomará como referencia las categorías de análisis de las nociones matemáticas en juego en la factorización de la tesis de magíster *Dificultades en la práctica de la factorización y de las identidades notables*” (Méndez, 2001). Estas categorías intentan responder a la pregunta ¿qué conocimientos son necesarios para elegir el procedimiento que factoriza a un polinomio dado? Una conclusión de esta tesis es que las categorías revelan: procesos mentales que efectúan los estudiantes al factorizar y conocimientos matemáticos a poner en juego, estos dos son procesos indisolubles.

En relación al criterio de Douady existe el trabajo de (Méndez, 2011) que considera el enfoque didáctico de la matemática basado en un marco figural como medio para factorizar polinomios cuadráticos, este marco se convierte en vehículo para comprender las difíciles relaciones de los objetos de la factorización en el álgebra. Esta forma de trabajo didáctico desarrolla habilidades cognitivas y metacognitivas en los estudiantes, quienes descubren y enuncian propiedades de la factorización, establecen las relaciones algebraicas entre los coeficientes del



polinomio y los de los factores que descomponen la expresión, desarrollando una actividad matemática.

Un estudio actual presenta una alternativa para la enseñanza del proceso de factorización mediante el uso de las “Tabletas algebraicas”, material manipulativo construido por un grupo de estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia en el año 2011. Este material permite establecer una conexión entre la noción de área y la expresión de algunos polinomios de la forma, como producto de factores. Hace especial énfasis en reducir a la mínima expresión los factores cuyo producto determina el polinomio que representa el área del rectángulo formado por las tabletas, buscando conceptualizar el significado del proceso de factorización.

#### **1.1.9. Las potencialidades que presentan los materiales manipulativos en la clase de matemáticas.**

Las potencialidades que presentan los materiales manipulativos en la clase de matemáticas. Según pueda despertar el interés en el estudiante, y es aquí donde se constituye el primer paso dentro del diseño adecuado de una situación con intenciones didácticas, en una clase que se espera sea exitosa, ya que se ha logrado captar la atención del estudiante. Cascallana (1988), justifica el uso de materiales y recursos en el aprendizaje matemático, resaltando la idea de que es necesario comenzar la enseñanza de conceptos matemáticos a través de materiales manipulativos, pero no es el único medio, pues se debe complementar con otros modos de enseñanza.

En un segundo momento, se tendrá en cuenta los aspectos didácticos, es decir, la forma en que dicho material debe usarse para lograr que el estudiante comprenda lo que queremos, dejando claro en que el material manipulativo no se puede convertir en el objeto de estudio, como se mencionó anteriormente. Este es uno de los primeros aspectos que destacan la importancia de este trabajo.



El material manipulativo ayuda a establecer una clase activa donde el estudiante no será un agente pasivo que se dedica a escuchar todo lo que el profesor le dice. Interiorizar un concepto es un proceso de aprendizaje complejo, lo reafirman Morales y Sepúlveda (2006, cp. Duval, 2004): “Los conceptos se van construyendo mediante acciones que impliquen el uso de diferentes representaciones ya sea de los conceptos mismos, de los elementos asociados a ellos o de los objetos matemáticos, así como la manipulación de éstas para promover una articulación coherente entre ellos y sus representaciones”, (p.1). Aunque, para Duval (2004) los materiales manipulativos no pueden representar objetos matemáticos, visto desde la Teoría del Aprendizaje Didáctico (TAD), éstos si son una forma de representación. Así, estas afirmaciones de los dos párrafos anteriores ponen en evidencia que al usar materiales manipulativos se pueden alcanzar percepciones en los estudiantes, que más tarde se convertirán en los conceptos.

Además, Jerome Bruner (citado en Orton, 1988), afirma que los materiales manipulativos se convierten en formas de representación de objetos algebraicos. En el caso de la factorización de polinomios, el material ayuda a recrear una experiencia con objetos tangibles en donde el estudiante tendrá que establecer la relación de los bloques geométricos que manipula y las representaciones algebraicas que se pueden abstraer.

Por otro lado, Hernández. F (2011), ofrece cinco afirmaciones que destacan a favor el uso de los materiales manipulativos para la enseñanza del álgebra:

1. Facilitan la manipulación y conceptualización del símbolo y de la cantidad desconocida o general.
2. Proporcionan una interpretación geométrica a símbolos y operaciones.
3. Mejoran el discurso de la clase de Álgebra: por una parte, los alumnos reflexionan y discuten sobre el objeto matemático y, por otra, si la metodología que acompaña al material es la adecuada, permiten que cada alumno construya el aprendizaje a su ritmo, por esto es muy importante el diseño de las actividades que acompañan al material.



4. Facilitan las conversiones entre el lenguaje algebraico y el natural.
5. La manipulación de varias representaciones por el alumnado le permite construir imágenes adecuadas de un objeto matemático.

Según Cruz, J. (2011). La presencia de materiales didácticos en el aula ejerce una positiva influencia en los aprendizajes de los estudiantes por razones tales como:

- Permite que el profesor ofrezca situaciones de aprendizaje entretenidas y significativas para los alumnos, dado su carácter lúdico, desafiante y vinculado con su mundo natural.
- Contribuye a la participación activa y autónoma de los alumnos en sus propios procesos de aprendizaje, dado que los desafía a plantearse interrogantes, a hacer descubrimientos, a crear y anticipar situaciones, a efectuar nuevas exploraciones y abstracciones.
- Estimula la interacción entre pares y el desarrollo de habilidades sociales tales como establecer acuerdos para el funcionamiento en grupo, escuchar al otro, respetar turnos, compartir, integrar puntos de vista, tomar decisiones, saber ganar y perder, etc.
- Proporciona un acercamiento placentero y concreto hacia los aprendizajes de carácter abstracto, como es el caso del lenguaje escrito o de la matemática.

Cruz, J. (2011). En su tesis de pregrado manifiesta: que para la utilización de recursos didácticos cumpla con los objetivos que se le asigna, es necesario considerar ciertas condiciones o requisitos:

1. Analizar los objetivos y contenidos presentados en los Programas de estudio y los avances de los estudiantes respecto a ellos, con el fin de diseñar situaciones de aprendizaje que utilicen estos materiales como recursos de apoyo, apuntando a responder a las necesidades de aprendizaje específicas detectadas.
2. Mantener en forma permanente los materiales didácticos en la sala de clases, al alcance de los niños. Así, ellos podrán servir como un efectivo



apoyo al aprendizaje y desarrollo del lenguaje oral y escrito y del razonamiento matemático, y no sólo como una situación aislada de entretención.

3. Utilizar los materiales diariamente. Es preferible encontrar en la sala de clases un juego ajado por el uso de los niños y niñas, que encontrarlo en una caja nueva y guardada en las oficinas de la escuela.
4. No olvidar que estos recursos son, ante todo, un soporte para que los alumnos aprendan divirtiéndose; la conversación, la risa y el humor son situaciones normales y deseables en la sala de clases durante su utilización.
5. Aprovechar estas ocasiones para favorecer la interacción entre los alumnos y para desarrollar su autonomía, invitándolos a ser animadores de las actividades, a leer independiente y comprensivamente las instrucciones, a ponerse de acuerdo sobre sus reglas, a explicárselas a otros, a indagar en la búsqueda de soluciones, a fundamentar en caso de desacuerdos, a crear nuevas formas de utilización.
6. Favorecer el ejercicio de la autonomía de los estudiantes, estimulándolos sistemáticamente a hacerse responsables de la mantención y cuidado del material.
7. Disponer de un lugar destinado especialmente a guardar los materiales, que pueda ser administrado por los estudiantes o por un adulto.

#### **1.1.10. Evaluación de conocimientos de factorización.**

El documento de la Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica, (2010, p.15), plantea tres macrodestrezas en matemática. Estas macrodestrezas son las habilidades máximas que se deben desarrollar en esta



área. Su objetivo es articular tanto conceptos como destrezas con criterio de desempeño ayudando a crear nuevos conceptos y capacidades.

En matemática las macrodestrezas son: Comprensión de conceptos (C), Conocimiento de procesos (P) y Aplicación en la práctica (A).

**Comprensión de conceptos.-** La comprensión no es un estado de posesión sino un estado de capacitación, ya que no solo el estudiante tiene información sino que es capaz de hacer determinadas cosas con ese conocimiento. La comprensión consiste en un estado de capacitación que deben tener los estudiantes para: explicar, ejemplificar, generalizar, incluir y transferir. El estudiante:

- Explica los algoritmos utilizados al factorizar un polinomio, apoyado en los conocimientos que posee sobre polinomios y operaciones con polinomios, potenciación y casos de factorización.
- Argumenta por medio de ejemplos novedosos, partiendo de niveles de profundidad básicos a niveles de profundidad complejos.
- Generaliza sistematizando los conceptos previos y nuevos para crear nuevas ideas cognitivas.
- Vincula los nuevos conceptos (redes conceptuales) y proposiciones con los conocimientos que existen en su estructura cognitiva, realiza inclusiones y jerarquiza conceptos en cuanto a niveles de abstracción.
- Hace transferencia y elabora procesos más abstractos sobre un determinado conocimiento y los aplica a varias situaciones para modificarlas o para dar solución a problemas de su entorno.

**Conocimiento de Procesos.-** Implica las destrezas que usan los conocimientos interiorizados para lograr resolver diferentes situaciones- problemas, bajo la dirección y apoyo del profesor. Los tipos de procesos matemáticos se refieren a: resolución de problemas, razonamiento matemático, justificación, comunicación, conexiones, representaciones.

- Resolución de problema, implica exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas



- Representación, uso de recursos verbales, simbólicos y gráficos, traducción y conversión entre los mismos.
- Comunicación, diálogo y discusión con los compañeros y el profesor.
- Justificación, con distintos tipos de argumentaciones inductivas, deductivas, etc.
- Conexión, establecimiento de relaciones entre distintos objetos matemáticos.

**Aplicación en la Práctica.-** Se refiere a las destrezas que vinculan tanto conocimientos asimilados como recursos y estrategias que le permiten al estudiante no sólo solucionar problemas sino justificar y argumentar sus razones.

Institucionalización (fijación de reglas y convenios en el grupo de alumnos, de acuerdo con el profesor).



## CAPÍTULO II

### MÉTODO

#### 2.1. Tipo de investigación

La presente investigación es de corte cuantitativo a nivel correlacional, con una fase cualitativa para la fase de inicial (diagnóstico) y al final para evaluación de la propuesta.

#### 2.2. Enfoque y diseño de investigación:

Se tratará de un estudio cuasiexperimental con pre-test y pos-test a dos grupos, uno experimental y otro de control. Al grupo experimental se le aplicó la propuesta de intervención y al grupo de control se le impartió la clase de forma tradicional. Se aplicó un cuestionario de opiniones de los alumnos sobre el recurso didáctico empleado y las actividades colaborativas.

#### 2.3. Universo de estudio.

Lo conformaron 58 estudiantes de los décimos años de educación básica paralelos B y C y 1 docente del Colegio de Bachillerato Dr. Modesto Chávez Franco de la ciudad de Santa Rosa de El Oro.

#### 2.4. Muestra

Se trabajó con los paralelos B y C de décimo año de educación general básica, se repartieron en dos grupos, el grupo de control con 27 alumnos (paralelo B) y el grupo experimental de 31 estudiantes (paralelo C), al de control se le impartieron las sesiones de aprendizaje con los mismos ejemplos y ejercicios propuestos pero la

forma tradicional, sin hacer uso de recursos didácticos manipulativos, a diferencia del grupo experimental.

## 2.5. Operacionalización de las variables

Luego de la identificación de las variables de estudio se procedió a determinar las dimensiones de las mismas y los respectivos indicadores que se tomaron en cuenta al momento de la elaboración de los instrumentos utilizados para la recolección de los datos. **Tabla 1.**

**Tabla 1.** Operacionalización de variables de estudio

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES
Recursos Didácticos Manipulativos	Características	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Técnicas</li> <li>- Pedagógicas</li> <li>- Funcionales</li> <li>- Costos</li> </ul>
	Adecuación curricular	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Objetivos/ Contenidos</li> <li>- Destrezas</li> <li>- Nivel</li> <li>- Contexto</li> <li>- Estrategia didáctica</li> </ul>
	Uso	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Integración curricular (Cuando usarlos)</li> <li>- Diseño de actividades (Como usarlos)</li> </ul>
	Funcionalidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Proporcionar información.</li> <li>- Guiar los aprendizajes.</li> <li>- Ejercitar habilidades.</li> <li>- Motivar.</li> <li>- Evaluar.</li> <li>- Proporcionar simulaciones.</li> <li>- Proporcionar entornos para la expresión y creación</li> </ul>
	Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Calidad</li> <li>- Acierto en la elección</li> </ul>
Aprendizaje de Factorización	Comprensión de Conceptos (C)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Explicar</li> <li>- Ejemplificar</li> <li>- Generalizar</li> <li>- Incluir</li> <li>- Transferir</li> </ul>
	Conocimiento de procesos del (P)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Resolución de Problemas</li> <li>- Razonamiento matemático</li> <li>- Justificación</li> <li>- Comunicación</li> <li>- Conexiones</li> <li>- Representaciones</li> </ul>
	Actitudes y Prácticas (A)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Estimar resultados</li> <li>- Institucionalización</li> </ul>



## 2.6. Métodos y técnicas de recolección de información

### 2.6.1. Instrumentos de recolección de información.

**Encuesta.-** se aplicó a los 58 estudiantes de los décimos años de Educación General Básica paralelos B y C, el cuestionario que contenía 94 ítems agrupados en 7 preguntas con el propósito de determinar las diversas estrategias metodológicas y recursos didácticos que utilizan los docentes de dicho nivel educativo, al impartir temas que son prerrequisitos fundamentales previo al abordaje de factorización. (ver anexo 3).

**Pruebas pre- test y post - test** -Se aplicaron estas dos evaluaciones a los estudiantes de los décimos años de educación básica en el periodo lectivo 2015-2016, al inicio del proceso investigativo para determinar el nivel de conocimientos que poseen los estudiantes sobre los prerrequisitos fundamentales para abordar el tema de factorización y al final, para evaluar el nivel de aprendizaje significativo que poseen los estudiantes sobre el tema de factorización, luego de la implementación de la propuesta, esta prueba fue elaborada sobre las destrezas con criterio de desempeño, indicadores de logros, indicadores esenciales de evaluación y los respectivos ejes de aprendizaje los mismos que constan en la Actualización y Fortalecimiento de la Reforma Curricular del Ecuador. (ver Anexo 4)

Un cuestionario estructurado (ver Anexo 6) que constó de 66 ítems integrados en 4 aspectos básicos, se aplicó a los 31 estudiantes del grupo experimental, con el propósito de evaluar los siguientes aspectos de la propuesta:

- Características del material manipulativo (tamaño, forma, color, facilidad de uso, calidad del material, etc.) (10 ítems).
- Desempeño del docente durante el desarrollo de las sesiones de aprendizaje. (8 ítems).
- Actitudes y destrezas observadas en los grupos de estudiantes durante el desarrollo de las sesiones de trabajo.(13 ítems).



- El nivel de aprendizaje significativo adquirido por los estudiantes (autoevaluación) en base a las destrezas con criterio de desempeño e indicadores esenciales de evaluación propuestos.(35 ítems)

## 2.6.2. Procedimiento

### **Fase I: Elaboración y pilotaje de los instrumentos de recolección de la información.**

Con la finalidad de realizar la validación de los instrumentos de recolección de la información en esta etapa se solicitó una revisión de todos los 4 instrumentos por parte de dos docentes miembros del área de matemáticas de la institución educativa en estudio y además de un docente de la Universidad Técnica de Machala, los mismos que detectaron ciertos errores en las evaluaciones con respecto a signos y opciones de respuesta repetidas, palabras repetidas en las opciones, manifestaron además que el lenguaje estaba acorde para el nivel académico de los estudiantes. Respecto a los cuestionarios no manifestaron ninguna novedad.

Luego se realizó el pilotaje de los cuestionarios: estrategias metodológicas, de evaluación de la propuesta, los instrumentos de evaluación diagnóstica (pre-test) y final (pos-test) a 30 estudiantes de un curso de similares características que la muestra, en este caso el décimo año de Educación General Básica paralelo “A” de la misma institución educativa, lo que permitió conocer si el lenguaje era adecuado para el nivel educativo, asimismo en la prueba de diagnóstico se rectificaron dos preguntas en las cuales no se cambió las opciones de respuesta, por otra parte en otra pregunta se había repetido la palabra suma, y debía estar escrito la palabra diferencia.

En cuanto a la prueba final los estudiantes sugirieron que se debían añadir al final preguntas de opinión por lo que se plantearon 2 nuevas preguntas, la primera en cuanto a las reglas básicas para la agrupación de las fichas y la segunda una opinión respecto a la utilización de las fichas algebraicas como estrategia



metodológica en las clases de matemáticas. Los instrumentos definitivos se presentan en los anexos 3 al 7.

### **Fase II: Aplicación del pre-test.**

En esta fase se aplicó un pre-test (prueba de diagnóstico) tomando en cuenta las destrezas con criterio de desempeño, indicadores esenciales de evaluación y los respectivos ejes de aprendizaje planteados en la Actualización y Fortalecimiento de la Reforma Curricular del Ministerio de Educación del Ecuador, pero con las respectivas adaptaciones según el contexto; los resultados obtenidos por los dos grupos el experimental y el control, permitió establecer el estado inicial, es decir las falencias que poseen en torno al tema de factorización los estudiantes de los dos grupos experimental y de control de esta manera se logró identificar el nivel de conocimiento que poseen los estudiantes de estos dos grupos de manera global.

### **Fase III: Elaboración y validación de los recursos didácticos manipulativos concretos.**

En esta fase se llevó a cabo la construcción de 10 cajas que contenían 108 fichas cada una, las mismas que se denominaron tabletas algebraicas imantadas para trabajar con los 31 estudiantes del grupo experimental, repartidos en 9 grupos de 3 estudiantes y un grupo de 4 estudiantes, se las realizó utilizando madera como materia prima y añadiendo láminas imantadas debajo de cada ficha con la finalidad de facilitar las representaciones sin que se muevan las mismas. Por tal motivo se construyó además una caja con divisiones para guardar las fichas según sus dimensiones, la misma que en la tapa se le colocó una lámina de metal para que las fichas se adhieran y sean fácilmente manipuladas por los estudiantes pudiendo de esta manera formar los polinomios respectivos y seguir levantando la tapa para sacar más fichas sin que las demás fichas se muevan. Para que el docente desarrolle los temas propuestos en la guía didáctica de aprendizaje en forma práctica, se le construyó una pizarra y 108 tabletas imantadas de mayor tamaño, en este caso el doble del área de las fichas de los estudiantes; logrando que los estudiantes visualicen los procesos de manera más representativa. Se realizaron



distintas pruebas para validar las características didáctico-pedagógicas de los recursos didácticos con estudiantes del mismo nivel educativo pero de los paralelos A y B que no participaron del proceso de investigación.

#### **Fase IV: Diseño e implementación de la guía didáctica que incorpora recursos didácticos manipulativos .**

En esta fase se diseñó una guía didáctica de aprendizaje, la misma que estaba integrada por 7 sesiones de aprendizaje con una serie de actividades que se deben desarrollar mediante el uso de las tabletas algebraicas imantadas de tal manera que promuevan el aprendizaje significativo del tema de factorización. Contiene las consideraciones didácticas necesarias para el manejo adecuado de los recursos manipulativos concretos (tabletas algebraicas imantadas) y las estrategias metodológicas en el aula de clases.

Posteriormente con el grupo experimental se desarrollaron las sesiones de aprendizaje de la guía didáctica abordando cada uno de los temas, partiendo desde el reconocimiento de cada una de las fichas algebraicas, seguido de su utilización en representaciones polinómicas hasta terminar con el desarrollo de cuatro casos específicos de factorización que son: Trinomio Cuadrado Perfecto, Diferencia de Cuadrados Perfectos, Trinomio de la forma  $x^2 + bx + c$  y el Trinomio de la forma  $ax^2 + bx + c$ ; aplicando la enseñanza de la factorización a través de la incorporación de los recursos manipulativos concretos; Mientras que al grupo de control se le impartieron las mismas sesiones de aprendizaje pero sin contemplar el manejo de material concreto.

La información obtenida se procesó haciendo uso del software Microsoft Excel y del programa IBM SPSS Statistics 22.

#### **Fase V: Aplicación de la post-test y el cuestionario de percepciones sobre el impacto de la propuesta didáctica.**

En esta fase de la investigación se aplicó una prueba estructurada en base a las destrezas con criterio de desempeño e indicadores esenciales de evaluación sobre



el tema de factorización para conocer el nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes luego de implementar la propuesta didáctica. Por último se aplicó una encuesta al final del proceso con la finalidad de evaluar toda la propuesta (implementación de la guía didáctica por parte del docente, recursos didácticos manipulativos concretos).

Se procesaron los datos, una correlación de las variables, en el programa Microsoft Excel, se realizó el análisis y la interpretación de los mismos.

## CAPITULO III

### RESULTADOS

#### 3.1. Resultados de la encuesta dirigida a estudiantes

Se determinó que las actividades pre-instruccionales más utilizadas diariamente por el docente de matemática, las de mayor incidencia son: revisión de trabajos de los estudiantes, actividades de los libros de texto, revisión del cumplimiento de las tareas y poner tareas o actividades de rutina. **Tabla 2.** También destacaron que las actividades que el docente no acostumbra emplear son: organizar grupos para que trabajen en equipo, pedir a los estudiantes que realicen exposiciones por equipo y solicitarles a los estudiantes que ellos mismos realicen las correcciones.

**Tabla 2**

Estrategias Pre-instruccionales aplicadas por el docente de matemáticas.

Ítems	diariamente	una o dos veces por semana	algunas veces	no acostumbra emplearla
	n	N	n	n
Dar instrucciones de manera detallada.	12	7	9	3
Pedir que se recuerde la clase anterior	13	8	7	3
Revisar los trabajos de los estudiantes	<b>16</b>	7	4	4
Preguntar para saber si recuerdan conceptos o temas vistos	11	7	9	4
Actividades de los libros de textos	<b>20</b>	4	4	3
Preparar exposiciones ante el grupo	2	3	9	<b>17</b>
Registrar la tarea solamente si fue terminada	13	4	6	8
Revisar el cumplimiento de tareas	<b>21</b>	6	1	3
Les informa sobre los derechos y deberes que deben asumir como representantes legales de acuerdo a lo que enmarca la Ley Orgánica de la Educación Intercultural (L.O.E.I)	3	4	12	12
Organizar al grupo para el trabajo en equipos	1	5	9	<b>16</b>
Permitir el uso de las calculadoras	8	11	9	4
Organizar a los estudiantes para discutir sobre diferentes formas de resolución de problemas matemáticos.	6	9	11	5
Pedir a los estudiantes que realicen exposiciones por equipos	3	5	4	<b>19</b>
Poner tareas o actividades de rutina	<b>14</b>	5	11	1



Trabajar con problemas o temas que solamente algunos estudiantes resolvieron o entendieron adecuadamente	6	9	12	4
Realizar eventos o actividades y explicar porque los alumnos fueron organizados de esa manera	4	8	10	8
Le pregunta al que más sabe del grupo	7	10	7	7
Pedirles que lean	5	8	9	9
Completar ejercicios de rutina o problemas en hojas, libros de trabajo o de texto.	4	6	12	9
Le da el mismo la respuesta correcta	5	7	11	8
Usted mismo corregir	9	6	7	9
Decirles a los estudiantes que ellos mismos hagan las correcciones	6	2	2	<b>21</b>
Guardar las tareas en el portafolio o carpeta de sus estudiantes	9	2	8	12
Resultados de pruebas con preguntas abiertas	7	6	8	10

En cuanto a las estrategias metodológicas co-instruccionales los estudiantes indicaron que las más utilizadas diariamente por el docente son : explicar un concepto o tema utilizando el pizarrón, explicar mediante ejemplos, pedir que escuchen u observen explicaciones o demostraciones del maestro, trabajar con problemas en donde los estudiantes encontraron la forma de resolverlos, repite la pregunta para que otro alumno la conteste, explicar a partir de ejemplos , usar el libro de texto, llevar un registro de las tareas presentadas, participación en la clase, atención constante a la clase. **Tabla 3.**

**Tabla 3.**

Estrategias co-instruccionales aplicadas por el docente de matemáticas.

Ítems	diariamente	una o dos veces por semana	algunas veces	no acostumbra emplearla
Facilitar la discusión	3	10	12	6
Explicar un concepto o tema utilizando el pizarrón	<b>18</b>	8	3	2
Explicar un concepto o tema con dispositivos audiovisuales (proyector, TV, etc.)	0	1	4	<b>26</b>
Apoyar en forma individual a algún alumno cuando no entiende algo.	3	9	10	9



Pedir a los alumnos leer en clase en forma individual	7	4	9	11
Organizar al grupo para el trabajo en equipos	1	5	9	16
Explicar un concepto o tema empleando computadoras.	1	2	3	25
Producir sesiones de discusión mediante preguntas y respuestas	9	5	10	7
Aplicar un examen o evaluación	10	9	9	3
Emplear materiales impresos diferentes al libro de texto.	4	8	8	11
Organizar a los estudiantes para discutir sobre diferentes formas de resolución de problemas matemáticos.	6	9	11	5
Repasar los temas que no entendieron algunos estudiantes	11	9	10	1
Explicar mediante ejemplos	20	7	4	0
Pedir que escuchen u observen explicaciones o demostraciones del maestro	16	6	6	3
Proporcionar objetos o diversos materiales para que puedan manipularlos	8	7	7	9
Pedir que respondan a preguntas abiertas.	10	6	8	7
Trabajar individualmente con trabajos de los estudiantes	5	4	12	10
Evaluar y mejorar su propio trabajo	9	10	6	6
Trabajar con problemas en donde los estudiantes encontraron la forma de resolverlos	14	3	11	3
Evaluar el trabajo de los estudiantes	10	9	7	5
Repite la pregunta para que otro alumno la conteste	13	6	7	5
Resolver problemas	11	8	10	2
Explicar a partir de ejemplos	15	4	10	2
Organizar, resumir o mostrar información	7	9	7	8
Trabajar en problemas en los cuales tienen que aplicar sus propias estrategias de solución.	5	6	10	10
Usar el libro de texto	17	6	5	3
Solicitar a uno de sus compañeros estudiantes que le ayuden a corregirla	7	8	4	12
Llevar un registro de las tareas presentadas.	16	6	6	3

Determinar el avance de los alumnos	6	6	7	12
Dar retroalimentación	4	6	10	11
Diagnosticar problemas de aprendizaje de los estudiantes	3	10	8	10
Esfuerzo	13	4	4	10
Participación en la clase	<b>20</b>	3	5	3
Atención constante a la clase	<b>17</b>	2	9	3
Desempeño en ejercicios prácticos	12	6	8	5
Les informa sobre el comportamiento dentro y fuera del aula de clases	6	7	9	9
Les informa sobre la asistencia a clases	9	4	7	11
Les informa sobre normativas disciplinarias de la institución	7	5	6	13

En la **tabla 4**, se evidencian las estrategias pos-instruccionales y se destacan en negrita aquellas que según los estudiantes, el docente no acostumbra emplear en la enseñanza de matemáticas, entre las cuales se tiene: solicitar a los estudiantes que elaboren cuestionarios o resúmenes, explicar temas relacionándolos con situaciones de la vida real, realizar diarios de clase.

**Tabla 4.**

Estrategias Post-instruccionales aplicadas por el docente de matemáticas .

Ítems	Diariamente	una o dos veces por semana	algunas veces	no acostumbra emplearla
Producir sesiones de discusión mediante preguntas y respuestas	9	5	10	7
Aplicar un examen o evaluación	10	9	9	3
Dejar tarea para la siguiente clase	<b>19</b>	8	2	2
Repasar los temas que no entendieron algunos estudiantes	11	9	10	1
Pedir a los estudiantes que elaboren cuestionarios o resúmenes	2	7	8	<b>14</b>
Volver a explicar temas o conceptos no bien entendidos por los estudiantes.	6	<b>15</b>	5	5
Producir discusiones en donde participe todo el grupo	2	7	9	13
Explicar enlazando temas de clase con situaciones de la vida real	3	8	3	<b>17</b>
Explicar a todo el grupo, soluciones o respuestas que se desarrollaron antes por pequeños grupos de estudiantes	3	5	13	10

Evaluar su trabajo como docente junto a los estudiantes	9	4	7	11
Hacer un diario de la clase	4	3	4	<b>20</b>
Buscar información	5	6	12	8
Analizar e interpretar información	6	8	9	8
Aplicar conceptos o principios a situaciones diferentes o no familiares para el estudiante	4	6	12	9
Leer material complementario	5	6	9	11
Revisar tareas al día siguiente	<b>16</b>	4	6	5
Señalar los errores	5	7	6	13
Usar las tareas para que se hagan discusiones en clase	7	3	7	<b>14</b>
Asegurarse de que se haya entendido el tema que encargué	12	3	10	6
Usar las tareas como base para evaluar a los estudiantes	6	10	9	6
Utiliza las tareas como base para planificar otra clase	7	4	7	13
Dar a conocer a los padres de familia los avances de los hijos	5	4	11	11
Asignar a los estudiantes a diferentes programas educativos	6	4	8	13
Planificar para futuras evaluaciones	10	9	9	3
Evaluar Nivel de logro	7	8	9	7
Nivel de logro con relación al resto de los estudiantes	8	7	8	8
Resultados de pruebas estandarizadas aplicadas por instancias externas a la institución	7	6	8	10
Resultados de pruebas de opción múltiple elaboradas por el docente	10	4	9	8
Mis apreciaciones de los estudiantes	10	9	5	7
Les informa sobre los avances que tienen en clase	6	8	6	11
Les informa sobre las dificultades que tienen en clase	4	5	13	9

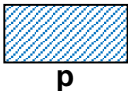




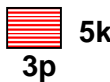
### 3.2 RESULTADOS DE LA PRUEBA PRE-TEST

En la pregunta 1, relacionada con el cálculo del área de distintas figuras, los estudiantes tanto del grupo control como del grupo experimental registraron menos respuestas correctas que incorrectas. Se obtuvo un promedio de 11 (42%)

respuestas correctas para el grupo control y 13 (40%) para el grupo experimental

Tabla 5.

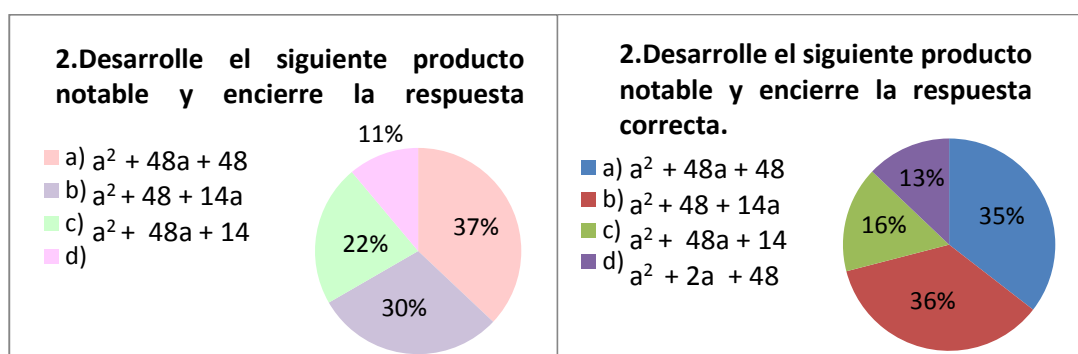
**Tabla 5.** Respuestas correctas de la pregunta 1 del pre-test.

Pregunta N°1: Dados los paralelogramos (cuadrados o rectángulos), calcula el área de cada figura	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
	17	63	22	71
	6	22	14	45
	18	67	20	65
	6	22	6	19
	8	30	3	10
	13	48	10	32
<b>PROMEDIOS</b>	<b>11,33</b>	<b>41,98</b>	<b>12,5</b>	<b>40,32</b>

En el ejercicio planteado sobre productos notables en la pregunta 2, un 30% de estudiantes ( $n=8$ ) del grupo control y un 35% de estudiantes del grupo experimental ( $n = 11$ ) respondieron de manera correcta.

**Grafico 1.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 2 del pre-test.

**Grafico 2.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 2 del pre-test.



En la pregunta 3 al comparar los dos grupos se aprecia que el grupo experimental presenta un 22 % de respuestas correctas frente a un 19% del grupo de control.

**Tabla 6.**

**Tabla 6.** Número de respuestas correctas y sus respectivos porcentajes de la pregunta 3.

Pregunta N°3: Completa las siguientes igualdades:	GRUPO DE CONTROL		EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) $(a + b)(a - \underline{\hspace{1cm}}) = a^2 - b^2$	11	41	15	48
b) $(a + b)(a + \underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}} + (b+c)*a + \underline{\hspace{1cm}}$	1	4	1	3
c) $(4x - 3)^2 = 16x^2 \underline{\hspace{1cm}} + 9$	3	11	5	16
<b>PROMEDIOS</b>	<b>5</b>	<b>19</b>	<b>7</b>	<b>22</b>

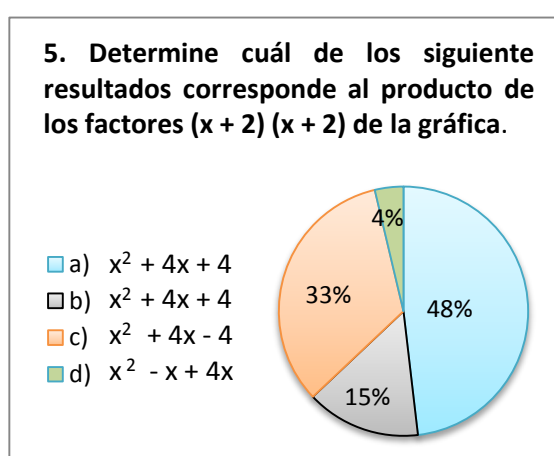
Se evidencia que la mayor parte de los estudiantes tanto del grupo experimental como del grupo de control, respondieron de manera incorrecta la pregunta N°4.

**Tabla 7.** Número de respuestas correctas y sus respectivos porcentajes de la pregunta 4.

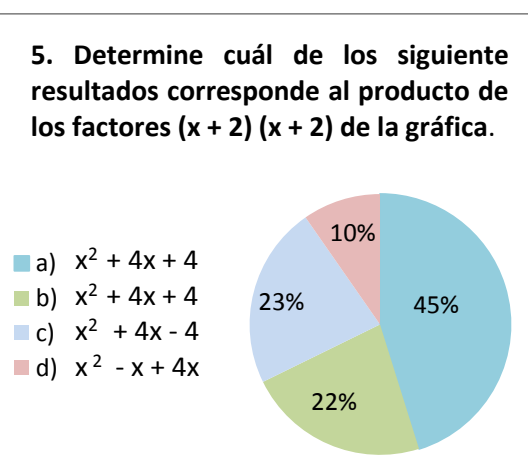
Pregunta N°4: Completa el dato que falta en cada una de las siguientes representaciones geométricas de los productos notables:			GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
			n	%	n	%
<div><div></div><div><math>x-y</math></div><div><math>x+y</math></div></div> <div>Área: _____</div> <td>1</td> <td>41</td> <td>9</td> <td>29</td>	1	41	9	29		
<div><div></div><div><math>2a+5</math></div><div><math>2a+5</math></div></div> <div>Área: _____</div> <td>3</td> <td>11</td> <td>0</td> <td>0</td>	3	11	0	0		
<div><div></div><div><math>x+5</math></div><div>_____</div></div> <div>Área: <math>x^2-25</math></div> <td>9</td> <td>33</td> <td>11</td> <td>35</td>	9	33	11	35		
<div><div></div><div>_____</div><div><math>x-3</math></div></div> <div>Área: <math>x^2-7x+12</math></div> <td>3</td> <td>11</td> <td>0</td> <td>0</td>	3	11	0	0		
PROMEDIOS			7	24	5	16

Se aprecia que 14 (45%) estudiantes del grupo experimental respondieron de manera correcta la pregunta N°5, siendo esta la correspondiente al literal “a” respecto al área resultante de la multiplicación de los factores  $(x + 2)(x + 2)$ , mientras que del grupo de control son los 13 (48%) estudiantes lograron acertar con el literal “a” como respuesta correcta. **Gráficos 3 y 4**.

**Gráfico 3.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 5 del pre-test.



**Gráfico 4.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 5 del pre-test.



En la pregunta 6, 10 (32%) estudiantes del grupo experimental acertaron con la respuesta del literal “a” mientras que 9 (33%) estudiantes del grupo de control lo hicieron de manera correcta. **Tabla 8**.

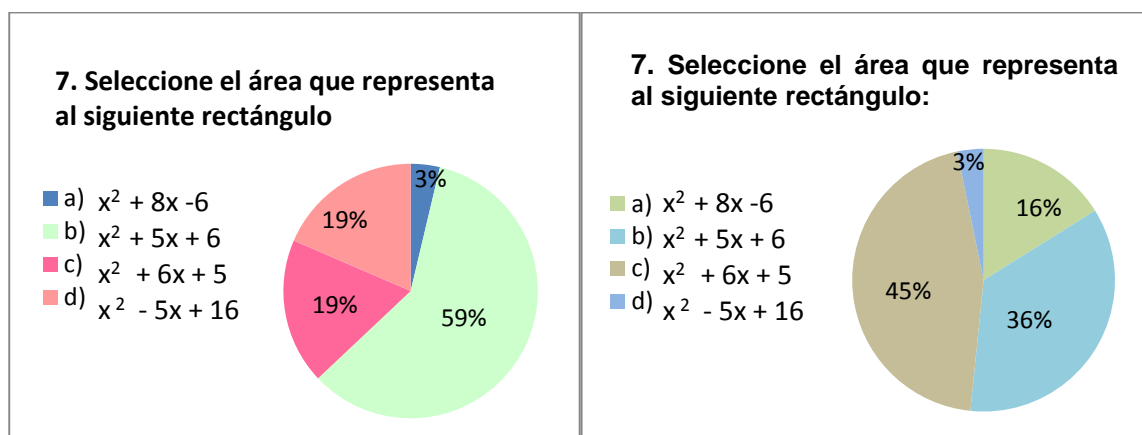
**Tabla 8.** Número de respuestas correctas e incorrectas de la pregunta 6 y sus respectivos porcentajes.

Pregunta N° 6: Selecciona el trinomio que representa el área del rectángulo cuyas dimensiones se muestran en la gráfica.	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) $x^2 + 8x + 16$	9	33	10	32
b) $x^2 - 8x - 16$	4	15	11	36
c) $x^2 + 8x - 16$	4	15	9	29
d) $x^2 - 8x + 16$	10	37	1	3
<b>Total</b>	27	100	31	100

Del grupo de control son 16 (59%) los estudiantes que acertaron la respuesta a la pregunta N° 7, y tan solo 11 (36%) estudiantes del grupo experimental respondieron de manera correcta esta pregunta. **Gráficos 5 y 6**.

**Grafico 5.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 7 del pre-test.

**Grafico 6.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 7 del pre-test.



En la pregunta 8, se evidenció que 13 (48 %) estudiantes del grupo de control respondieron de manera correcta la pregunta 8, mientras que 15 (48%) estudiantes del grupo experimental lo hicieron de manera correcta. Gráficos 9 y 10.

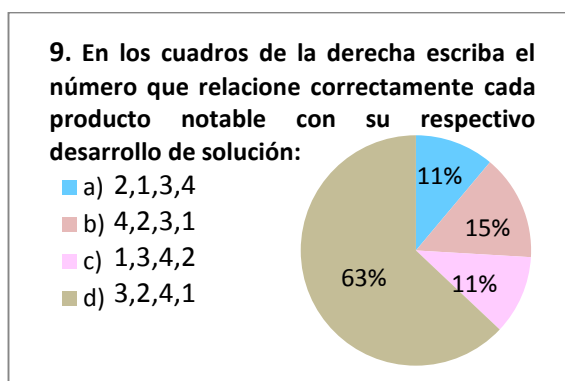
**Tabla 9.** Número de respuestas correctas e incorrectas de la pregunta 8 y sus respectivos porcentajes.

Pregunta N°8: Seleccione el área correspondiente al producto de los factores indicados en el siguiente rectángulo.	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) $x^2 + 20x + 1$	9	33	10	32
b) $x^2 + 5x + 1$	4	15	4	13
<b>c) <math>x^2 + x - 20</math></b>	<b>13</b>	<b>48</b>	<b>15</b>	<b>48</b>
d) $x^2 - 5x + 6$	1	4	2	6
<b>Total</b>	<b>27</b>	<b>100</b>	<b>31</b>	<b>100</b>

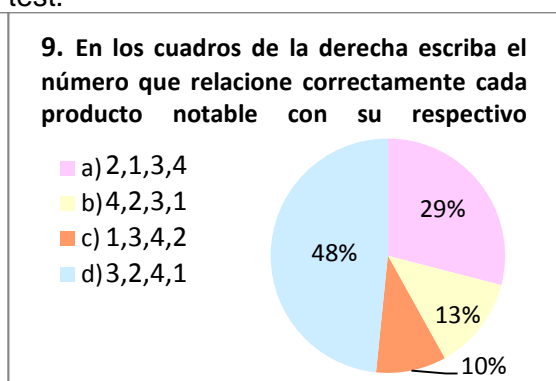
Los 12 (48%) estudiantes del grupo de control respondieron de manera correcta la pregunta N°9, mientras 15 (63%) estudiantes del grupo experimental lo hicieron de manera correcta. **Gráficos 7 y 8.**



**Grafico 7.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 9 del pre-test.



**Grafico 8.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 9 del pre-test.



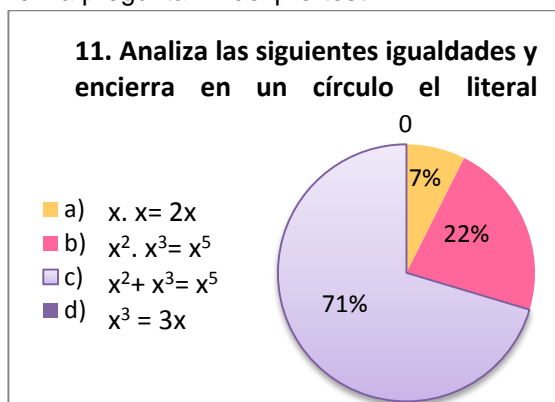
Del grupo de control fueron 13 (48%) estudiantes los respondieron de manera correcta la pregunta 10, mientras que 14 (45%) estudiantes del grupo experimental manifestaron que es el literal "b", **Tabla 9**.

**Tabla 10.** Número de respuestas correctas e incorrectas de la pregunta 10 y sus respectivos porcentajes.

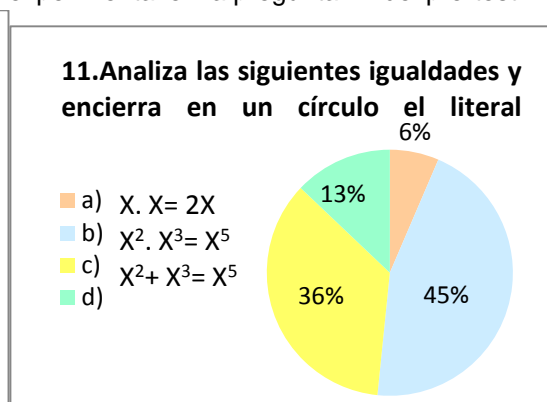
Pregunta N°10: Analiza la expresión escrita en lenguaje común y luego selecciona entre las opciones, la expresión correspondiente en lenguaje algebraico. Lenguaje común : El cuadrado de la diferencia de a y b.	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) $a^2 - b^2$	5	19	9	29
<b>b) <math>(a - b)^2</math></b>	<b>13</b>	<b>48</b>	<b>14</b>	<b>45</b>
c) $a^2 - b$	6	22	6	19
d) $(a^2 - b^2)^2$	3	11	2	7
<b>Total</b>	<b>27</b>	<b>100</b>	<b>31</b>	<b>100</b>

Fueron 14 (45%) estudiantes del grupo experimental los que acertaron en la respuesta a la pregunta N° 11, mientras que 6 (22%) estudiantes del grupo de control lo hicieron de manera correcta. **Gráficos 9 y 10**.

**Grafico 9.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 11 del pre-test.



**Grafico 10.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 11 del pre-test.



En cuanto a la pregunta 12, fueron 12 (38%) estudiantes del grupo experimental los que la respondieron correctamente, y del grupo de control fueron 10 (37%) estudiantes los que respondieron de manera correcta. **Tabla N° 11.**

**Tabla 11.** Número de respuestas correctas e incorrectas de la pregunta 10 y sus respectivos porcentajes.

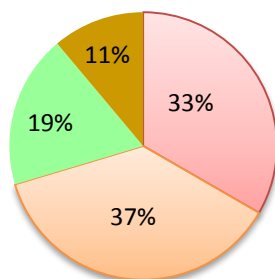
Pregunta N°12: Dado el polinomio: $4x^2 - 2x^2 + x + 1 - 3x^2 + x^2 - x + 7 - x^2 - 4x^2 - 3x + 5$ . Exprésalo en forma reducida.	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) $-6x^2 + 3x - 11$	5	19	4	13
b) $5x^2 + 2x - 13$	6	22	11	36
c) $-5x^2 - 3x + 13$	10	37	12	38
d) $6x^2 + 3x - 11$	6	22	4	13
<b>Total</b>	27	100	31	100

Del grupo experimental 12 (39%) estudiantes respondieron correctamente la pregunta N° 13 y del grupo de control fueron 10 (33%) estudiantes los que respondieron de manera correcta. **Gráficos 11 y 12.**

**Grafico 11.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 13 del pre-test.

**13. Subraya el producto notable al que corresponde el polinomio  $x^2 - 4x + 4$ :**

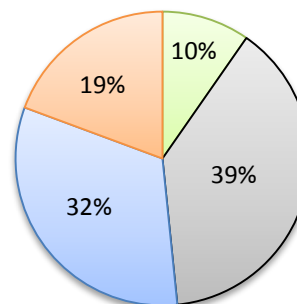
- a)  $(X + 2)^2$
- b)  $(X - 2)^2$
- c)  $(X + 4)^2$
- d)  $(X - 4)^2$



**Grafico 12.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 13 del pre-test.

**13. Subraya el producto notable al que corresponde el polinomio  $X^2 - 4X + 4$ :**

- a)  $(X + 2)^2$
- b)  $(X - 2)^2$
- c)  $(X + 4)^2$
- d)  $(X - 4)^2$





## CAPITULO IV

### PROPUESTA

#### TEMA:

**Tabletas algebraicas imantadas para el aprendizaje significativo de factorización de algunos polinomios de segundo grado.**

#### 4.1. Tabletas algebraicas imantadas

Las tabletas algebraicas son un material manipulativo tangible nominado así por un grupo de estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia (UPN), derivado de los bloques multibase (BAM), o Bloques de Dienes. Son fichas rectangulares y cuadradas de colores verde y rojo, las primeras representan valores positivos y las rojas valores negativos; están conformadas por seis modelos básicos, un cuadrado de lado  $x$ , otro de lado  $y$ , otro de lado 1 (unidad), un rectángulo de lados  $x$  e  $y$ , otro de lados  $x$  y 1, un tercer rectángulo de lados  $y$  e 1, a cada una de las fichas se le añadió una lámina imantada, de allí el nombre “**Tabletas algebraicas imantadas**”

#### 4.2. Objetivos

La presente propuesta tiene por finalidad cumplir con los siguientes objetivos:

##### 4.2.1. Objetivo General:

- Contribuir con el aprendizaje significativo de los estudiantes de décimo año de E.G.B mediante la incorporación de fichas algebraicas imantadas como estrategia metodológica en proceso de enseñanza-aprendizaje de factorización de polinomios de segundo grado.

##### 4.2.2. Objetivos específicos:

- Promover el aprendizaje significativo de factorización a partir de la representación geométrica y simbólica-algebraica de polinomios de segundo grado con fichas algebraicas imantadas.



- Diseñar una guía de actividades didácticas que favorezca la utilización de fichas algebraicas en la enseñanza-aprendizaje de determinados casos de factorización de polinomios de segundo grado.

### 4.3. Justificación de la propuesta

La presente propuesta surge del trabajo realizado por un grupo de estudiantes del Programa Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) sobre el uso de las Tabletas Algebraicas como alternativa de enseñanza del proceso de factorización, quienes tenían el propósito de utilizar material concreto (manipulativo) que permita a los estudiantes establecer una conexión entre la noción de área y la expresión de algunos polinomios de segundo grado (Jiménez, Guantiva y Sánchez, 2011, p.2).

Según Bartolini & Mariotti (2008), el material actúa como mediador entre la reorganización de conceptos y la construcción de estructuras cognitivas (instrumentación). En tal virtud se denominarán a las Tabletas Algebraicas como “herramienta de mediación semiótica” porque “[es] intencionalmente usado por el profesor para mediar un contenido matemático a través de una intervención didáctica diseñada” (Bartolini & Mariotti 2008, pg. 13).

Jerome Bruner (1990), afirma que el sujeto transforma la información que le llega mediante tres tipos de representación, mientras que, Raymond Duval (1999), quien enfatiza que la meta principal de la enseñanza de las matemáticas es conseguir que los estudiantes sean capaces de pasar desde una representación a otra, ya que de esta manera se tiene una mayor comprensión del objeto matemático.

Bruner (citado en Orton, 1998), identificó tres etapas en el aprendizaje de conceptos matemáticos: la enactiva, que es en la que se manipula un aparato concreto, en nuestro caso la manipulación de las Tabletas Algebraicas, la icónica, que se evidencia cuando se emplean imágenes de algún tipo o dibujos, gracias a ella se pueden sustituir los objetos concretos reales por sus imágenes, y el simbólico a través del lenguaje en los que se pueden utilizar símbolos de naturaleza matemática.

En definitiva la implementación de las tabletas algebraicas magnéticas pretende contribuir a procesos de abstracción, permitiendo que los estudiantes pudieran hacer el tránsito de lo tangible a lo abstracto y a partir de ello, asignarán significado a conceptos matemáticos, sin pretender generar dependencia al material.

#### 4.4. Costo.

El costo para la implementación de la propuesta fue de UDS 500.

#### 4.5. Cronograma de actividades con el manejo de los Recursos Manipulativos.

Número de sesión	Fecha de la sesión	Actividades
<b>Previas</b>		
1	16-12-2015	Aplicación de la encuesta a los estudiantes sobre el tipo de estrategias que aplican los docentes de matemáticas en la enseñanza de factorización.
2	18-12-2015	Aplicación de la prueba pretest a los estudiantes del grupo de control y al grupo experimental.
3	04-09 de enero del 2016	Capacitación a los docentes del área de matemáticas de la institución en estudio sobre el manejo de los recursos didácticos manipulativos como estrategia metodológica en las clases de matemáticas.
<b>Aplicación de la propuesta</b>		
4	11-01-2016	<b>Sesión de aprendizaje N°1:</b> Representación concreta de polinomios. Los estudiantes se familiarizan con el material y realizan sus primeros modelamientos de monomios y polinomios.
5	12-01-2016	<b>Sesión de aprendizaje N°2:</b> El Principio del Cero
6	13-01-2016	<b>Sesión de aprendizaje N°3:</b> Multiplicación de Polinomios.
7	14-01-2016	<b>Sesión de aprendizaje N°4: Factorización de polinomios:</b> Trinomio Cuadrado Perfecto.
8	15-01-2016	<b>Sesión de aprendizaje N°5:</b> Diferencia de Cuadrados Perfectos.
9	20-01-2016	<b>Sesión de aprendizaje N°6:</b> Trinomio de la forma " $x^2 + bx + c$ ".
10	21-01-2016	<b>Sesión de aprendizaje N°7:</b> Trinomio de la forma " $ax^2 + bx + c$ ".
<b>Evaluación de la propuesta</b>		
11	22-01-2016	Aplicación de la prueba posttest a los estudiantes del grupo de control y al grupo experimental.
12	25-01-2016	Aplicación de una encuesta de opinión a los estudiantes del grupo experimental.

## 4.6. Guía didáctica de aprendizaje


### 4.6.1. Presentación







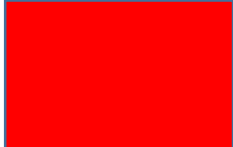


La presente guía está orientada a contribuir en el aprendizaje significativo de los estudiantes de décimo año a través de la implementación de tabletas o fichas algebraicas imantadas para la representación geométrica y factorización de polinomios de segundo grado con una o dos variables y con coeficientes enteros comprendidos entre 1 y 15, según la cantidad de fichas disponibles. Las operaciones elementales que se realizarán son de multiplicación y factorización de polinomios lineales y cuadráticos mediante la organización, agrupación y reducción de fichas algebraicas imantadas, tomando muy en cuenta: el área, la forma, el color y la denominación de cada una de ellas.

Esta guía servirá para desarrollar diferentes actividades didácticas con estudiantes que se inician en procesos de representación de polinomios y en operaciones algebraicas puesto que se introduce al estudiante en un proceso de representación simbólica mediante la manipulación del material tangible para que luego pueda hacer tránsito hacia el proceso de abstracción del lenguaje algebraico. Del mismo modo permitirá que estudiantes que ya han tenido acercamientos en la representación simbólica-algebraica pero que no han logrado cimentar el proceso de abstracción en lo relacionado al tema de factorización.

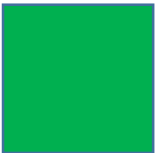
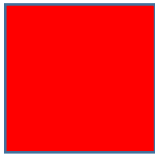
### 4.6.2. Representación geométrica de expresiones algebraicas lineales y cuadráticas.

**Tabla 1.** Descripción de las fichas algebraicas magnéticas

Color y forma	Dimensiones	Área (cm <sup>2</sup> )	Denominación	Cantidad
Figura				
	1cm * 1cm	1	unidad positiva	15

	$-1\text{cm} * 1\text{cm}$	$-1$	unidad negativa	15
	$1\text{cm} * 5\text{cm}$	$x$	$x$ positiva	12
	$-1\text{cm} * 5\text{cm}$	$-x$	$x$ negativa	12
	$5\text{cm} * 5\text{cm}$	$x^2$	$x^2$ positiva	5
	$-5\text{cm} * 5\text{cm}$	$-x^2$	$x^2$ negativa	5
	$3\text{cm} * 5\text{cm}$	$xy$	$xy$ positiva	5
	$-3\text{cm} * 5\text{cm}$	$-xy$	$xy$ negativa	5
	$1\text{cm} * 3\text{cm}$	$y$	$y$ positiva	12
	$-1\text{cm} * 3\text{cm}$	$-y$	$y$ negativa	12



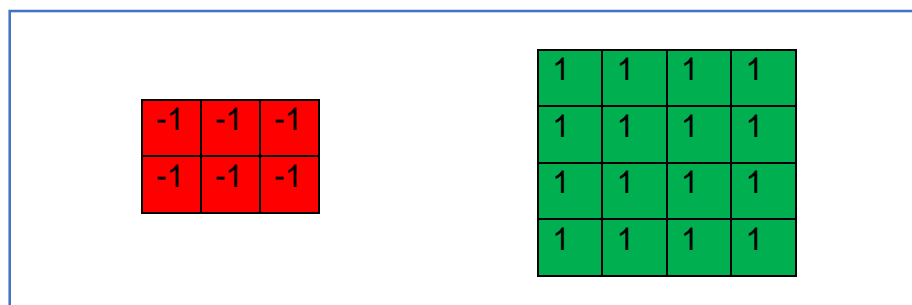
	3 cm * 3 cm	$y^2$	$y^2$ positiva	5
	-3 cm * 3 cm	$-y^2$	$y^2$ negativa	5
TOTAL				108

#### 4.6.3. Reglas generales para la agrupación o combinación de las fichas algebraicas magnéticas.

Para agrupar o combinar fichas de manera que se forme un cuadrado o un rectángulo según sea el caso, se deberá tomar en cuenta las siguientes reglas:

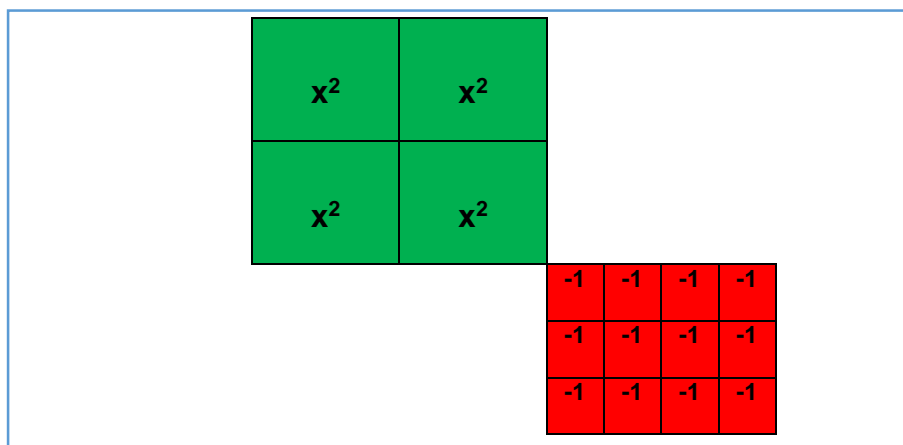
1. Las fichas que representan a las unidades, es decir (1 o -1) deben ubicarse juntas en un solo bloque en forma de cuadrado o de rectángulo. Figura 1.

**Figura 1.** Ubicación en bloque de las fichas que representan a las unidades



2. Las fichas  $x^2$  o  $y^2$ , así como el bloque de las unidades deben estar ubicadas en forma diagonal, nunca en la misma fila. Puede variar de lado derecho, izquierdo, arriba o abajo. Figura 2.

**Figura 2.** Las fichas de área  $x^2$  o  $y^2$  se ubican en forma diagonal al bloque de las unidades.



3. Las fichas  $x$ ,  $y$ ,  $xy$  (positivas) no pueden estar mezcladas con las fichas  $-x$ ,  $-y$ ,  $-xy$  (negativas).

#### 4.6.4. Estructura de las sesiones de aprendizaje

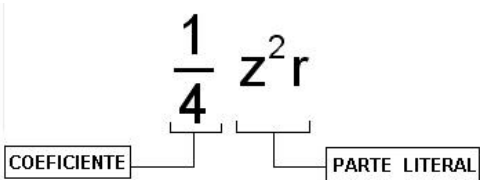
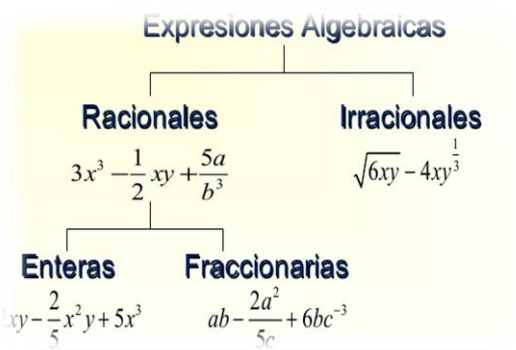
En esta guía de aprendizaje se proponen 7 sesiones cuya estructura corresponde a la reforma curricular del año 2010, es decir tomando en cuenta: la destreza con criterio de desempeño a desarrollar, el eje curricular integrador del área, los ejes de aprendizaje y eje transversal. Además los indicadores esenciales de evaluación y logros de aprendizaje en cada sesión. Luego se presentan las secuencias didácticas en tres fases que son: inicio, desarrollo y cierre. Al final de cada sesión se presenta una evaluación denominada “DEMUESTRO MIS DESTREZAS”.



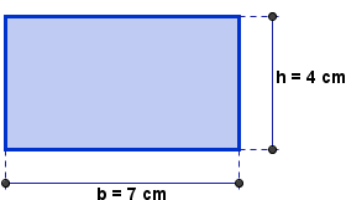
#### 4.6.5. Conocimientos previos


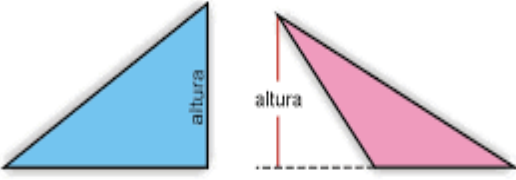
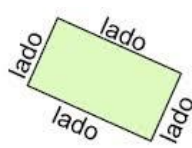
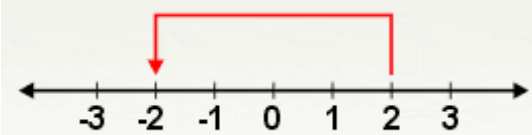
En la **tabla 2**, se detallan los conceptos de determinados términos que se emplean en el aprendizaje de álgebra elemental.

**Tabla 2. Definición de términos básicos de álgebra.**

TÉRMINO	DEFINICIÓN
Representación	Es la acción y efecto de representar (hacer presente algo con figuras o palabras, referir, sustituir a alguien,

	ejecutar una obra en público).
<b>Ficha algebraica</b>	Es la denominación que se asigna a una pieza de madera empleada para representar un término algebraico.
<b>Valor absoluto</b>	<p>El valor absoluto de un número entero positivo o negativo es el número natural que se obtiene si suprimimos su signo.</p> $\begin{array}{ll}  -11  = 11 &  -3  = 3 \\  11  = 11 &  3  = 3 \end{array}$
<b>Término</b>	<p>Es cada uno de los sumandos de una expresión algebraica. Puede constar de dos partes: una numérica llamada <b>coeficiente</b>, y otra formada por letras con sus exponentes, que se denomina <b>parte literal</b>.</p> <div style="text-align: center;">  </div>
<b>Términos semejantes</b>	<p>Son aquellos que tienen la misma parte literal.</p> $-5b - 7b = -12b$
<b>Expresión algebraica</b>	<p>Es una serie de números y letras unidos mediante los signos de las operaciones aritméticas.</p> <div style="text-align: center;">  </div>

<b>Monomio</b>	<p>Es una expresión algebraica en la que se utilizan exponentes naturales de variables literales que constan de un solo término.</p> 
<b>Polinomio</b>	<p>Expresión algebraica que constituye la suma o la resta ordenadas de un número finito de términos o monomios.</p> $3x^2y + x^2y^2 + 8x^2y^3$
<b>Variable</b>	<p>Es un <b>símbolo</b> que permite identificar a un elemento no especificado dentro de un determinado grupo y que susceptible de tomar distintos valores numéricos dentro de un conjunto de números especificados. Suele representarse con las últimas letras del alfabeto. Ejemplo: x, y, z, u, v, w.</p>
<b>Área</b>	<p>Es una medida de extensión de una superficie, expresada en unidades de medida denominadas unidades de superficie.</p>
<b>Área de un cuadrado</b>	<p>El área del cuadrado es igual a <b>lado</b> por <b>lado</b>. Ejemplo:</p>  $A = L^2 = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$
<b>Área de un rectángulo</b>	<p>El área del rectángulo es igual a <b>base</b> por <b>altura</b>.</p>  <p> <math>A = \text{Base} \times \text{Altura}</math>  <math>A = b \times h</math>  <math>A = 7 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}</math>  <math>A = 28 \text{ cm}^2</math> </p>
<b>Base</b>	<p>La parte más baja. La superficie en la que los objetos sólidos se posan, o la línea más baja de una figura</p>

	<p>como un triángulo o un rectángulo.</p> 
<b>Altura</b>	<p>La <b>altura</b> de un objeto o figura geométrica es una longitud o una distancia de una dimensión geométrica, usualmente vertical o en la dirección de la gravedad. Este término también se utiliza para designar la coordenada vertical de la parte más elevada de un objeto.</p> 
<b>Lado</b>	<p>Una de las líneas que forman una figura plana (bidimensional) o una de las superficies que forman un objeto sólido (tridimensional). Ejemplo:</p> 
<b>Inverso aditivo</b>	<p>El inverso aditivo de un número es el opuesto de ese número, esto es, el inverso aditivo de un número <math>x</math> es <math>-x</math>. La suma de un número y su inverso aditivo siempre es cero, eso es, <math>x + (-x) = 0</math>. Por ejemplo:</p> <p>El inverso aditivo de 2 es -2</p> 

## 4.6.6. SESIONES DE APRENDIZAJE

### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1

#### I. DATOS INFORMATIVOS

Área :	Matemáticas	Tiempo:	2 periodos (90 minutos)
Docente:			
Año de E.G.B :	Décimo	Paralelo:	" C "
Bloque N° : 1	Relaciones y funciones		
Título de la sesión :	Representación concreta de monomios y polinomios		

#### II. ESTRUCTURA CURRICULAR:


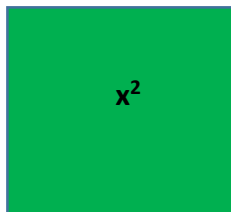



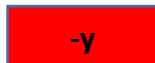

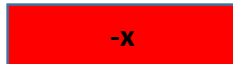
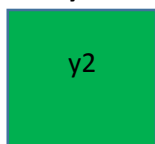
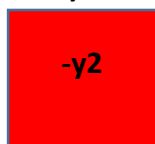
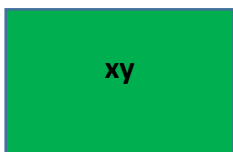
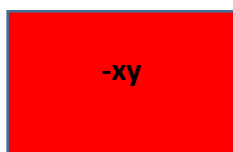



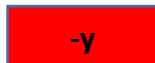

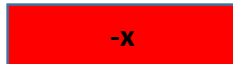
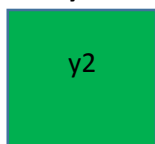
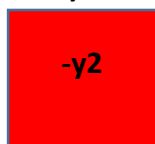
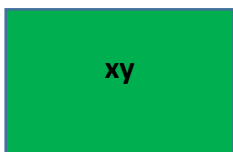
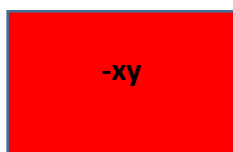



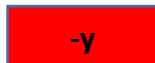

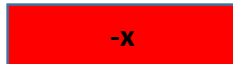
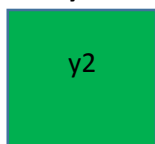
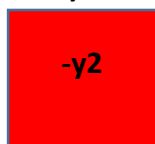
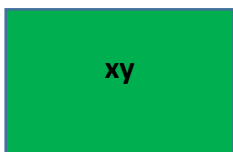
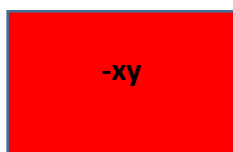
Destreza con criterio de desempeño :	Representar polinomios de hasta segundo grado con material concreto. (P,A)
Eje Curricular Integrador :	Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida.
Ejes de aprendizaje :	Razonamiento, demostración, comunicación, conexiones y/o representación.
Eje transversal :	Interculturalidad

#### III. LOGRO DE APRENDIZAJE

- Reconoce las dimensiones y características esenciales de cada una de las tabletas algebraicas magnéticas, asigna una variable cualquiera a cada lado de la figura e identifica el concepto de términos algebraicos y polinomios mediante la representación física y simbólica de los mismos.

#### IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

PROCESOS PEDAGÓGICOS/ TIEMPO (minutos)	ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	RECURSOS
<div>Motivación, desarrollo y evaluación permanentes de actitudes</div> <div> <b>INICIO</b>  <b>(20 minutos)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Despertar el interés</li> <li>- Recuperar saberes previos</li> <li>- Estimular el conflicto cognitivo</li> </ul> </div>	<p><b>Actividad 1.</b>  <b>Representación de monomios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente comenzará solicitando a sus estudiantes que representen monomios con el material concreto, por ejemplo:</li> </ul> <div> <math>1, -1, x, -x, y, -y, xy, -xy, x^2, y^2</math> </div> <p>En cada caso están representados por cada una de las fichas algebraicas imantadas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se recomienda que realicen ésta actividad de manera</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes.</li> <li>- Pizarra acrílica.</li> <li>- Pizarra magnética</li> <li>- Caja de fichas algebraicas imantadas del docente.</li> </ul>

	<p>continua hasta que se familiaricen con el valor que representa cada ficha.</p> <p>- El docente debe decirles que tomen de la caja la ficha representa a <math>x^2</math></p> <div><div><div>X</div><div>X</div><div></div></div><div><div></div><div>-</div><div>-</div><div>-</div><div>-</div><div>-</div><div>-</div></div></div> <p>- Luego debe continuar enseñando y haciendo que ellos manipulen las diferentes clases de fichas tanto verdes (positivas) como las rojas (negativas).</p> <p><b>Observación:</b> dentro de cada figura está escrita el área que representa cada ficha algebraica imantada.</p> <table><tr><td><div><div>1</div><div>1</div><div></div></div></td><td><div><div>1</div><div>-1</div><div></div></div></td></tr><tr><td><div><div>y</div><div>1</div><div></div></div></td><td><div><div>y</div><div>-1</div><div></div></div></td></tr><tr><td><div><div>x</div><div>1</div><div></div></div></td><td><div><div>x</div><div>-1</div><div></div></div></td></tr><tr><td><div><div>y</div><div>y</div><div></div></div></td><td><div><div>y</div><div>-y</div><div></div></div></td></tr><tr><td><div><div>x</div><div>y</div><div></div></div></td><td><div><div>x</div><div>-y</div><div></div></div></td></tr></table>	<div><div>1</div><div>1</div><div></div></div>	<div><div>1</div><div>-1</div><div></div></div>	<div><div>y</div><div>1</div><div></div></div>	<div><div>y</div><div>-1</div><div></div></div>	<div><div>x</div><div>1</div><div></div></div>	<div><div>x</div><div>-1</div><div></div></div>	<div><div>y</div><div>y</div><div></div></div>	<div><div>y</div><div>-y</div><div></div></div>	<div><div>x</div><div>y</div><div></div></div>	<div><div>x</div><div>-y</div><div></div></div>	<p>- Marcador acrílico</p> <p>- Cuadernos de apuntes de los estudiantes</p>
<div><div>1</div><div>1</div><div></div></div>	<div><div>1</div><div>-1</div><div></div></div>											
<div><div>y</div><div>1</div><div></div></div>	<div><div>y</div><div>-1</div><div></div></div>											
<div><div>x</div><div>1</div><div></div></div>	<div><div>x</div><div>-1</div><div></div></div>											
<div><div>y</div><div>y</div><div></div></div>	<div><div>y</div><div>-y</div><div></div></div>											
<div><div>x</div><div>y</div><div></div></div>	<div><div>x</div><div>-y</div><div></div></div>											
DESARROLLO ( 35 minutos)	Actividad 2.											

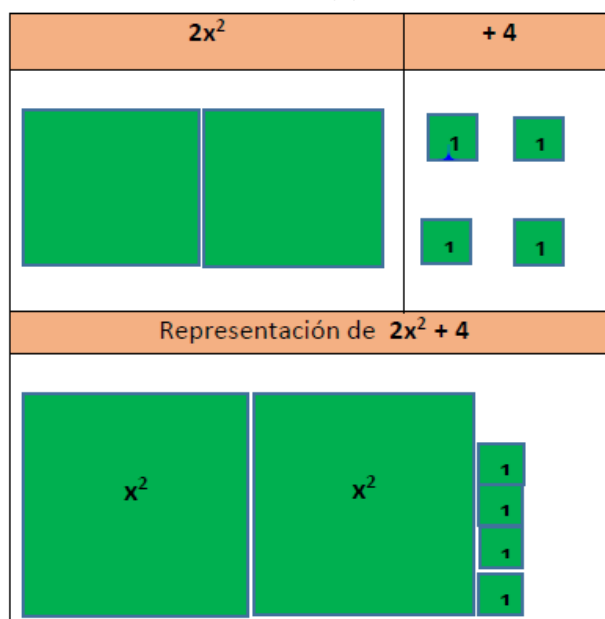
- Adquirir información
- Aplicar
- Transferir lo aprendido

### Representación concreta de polinomios.

- Ahora el docente debe iniciar con ejemplos en los que represente binomios, trinomios y demás polinomios, indicando que los colores verde y rojo representan los signos positivo o negativo de cada término. Así :

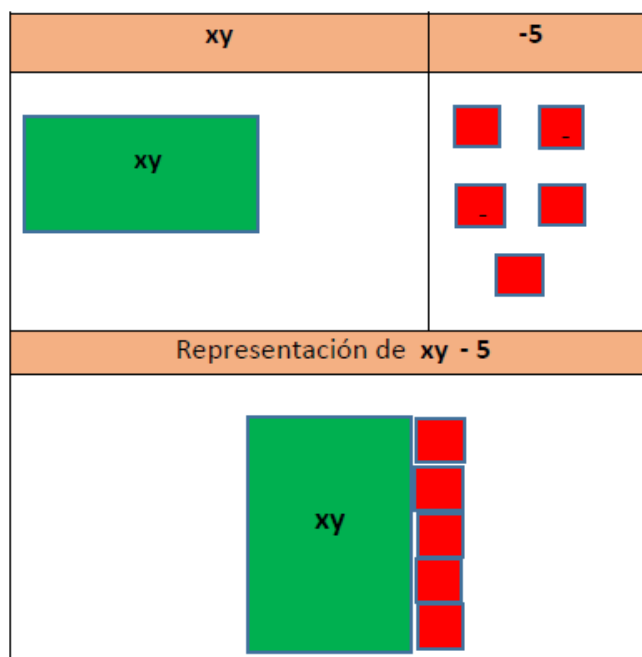
#### 1. Representar el binomio: $2x^2 + 4$

CON UNA SOLA VARIABLE (x) :



#### 2. Representar el polinomio: $xy - 5$

CON DOS VARIABLES (x, y):







		<b>3. Solicitar a los distintos grupos de estudiantes que representen los siguientes polinomios con el material concreto:</b> a) $x^2 + 2x + 1$ b) $4x^2 - 12x + 9$ c) $x^2 + 2xy + y^2$ d) $9 - 4y^2$	
	<b>CIERRE</b> <b>(15 minutos)</b> - Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje	El docente plantea preguntas abiertas para reflexionar sobre las ventajas y desventajas del tema desarrollado con el uso de material concreto. <b>Preguntas:</b> - ¿Resultó fácil el uso de las fichas para representar los polinomios? - ¿Qué aspectos les resultaron interesante? - ¿Cuáles son las dificultades que tuvieron al representar los polinomios? ¿Recuerdan las 3 reglas generales para la combinación de las fichas?	- Hojas de carpeta para aplicar la técnica del <b>PNI</b> , es decir lo positivo, lo negativo y lo interesante.

## V. EVALUACIÓN (20 minutos)

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES	INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
- Observación - Modelamiento - Representación gráfica. - Comunicación de ideas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce las dimensiones y características esenciales de cada una de las tabletas algebraicas magnéticas.</li> <li>Asigna una variable cualquiera a cada lado de la figura.</li> <li>Identifica el concepto de términos algebraicos y polinomios mediante la representación física y simbólica de los mismos.</li> </ul>	- Los estudiantes resuelven en equipos de tres la actividad denominada <b>“DEMUESTRO MIS DESTREZAS N° 1”</b>

## VI. ANEXOS



## DEMUESTRO MIS DESTREZAS MATEMÁTICAS N° 1

### Representación concreta de monomios y polinomios

Docente: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Curso de E.G.B: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

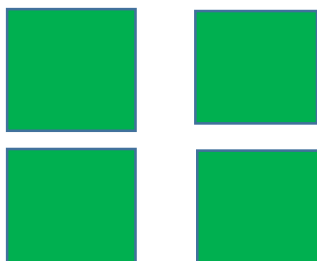
Integrantes del Grupo: \_\_\_\_\_

I. Encierra en un círculo las alternativas que correspondan en cada recuadro a las áreas representadas por las siguientes figuras.

Nota: El lado del cuadrado grande es "x", el lado del cuadrado mediano es "y" y el lado del cuadrado pequeño es "1".

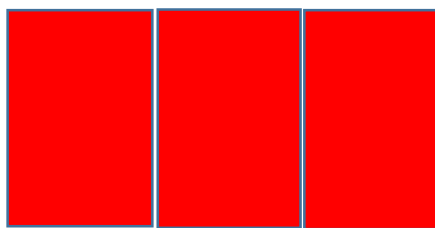
1.

- a)  $4x^2$
- b)  $2x^4$
- c)  $4y^2$
- d)  $2y^2$



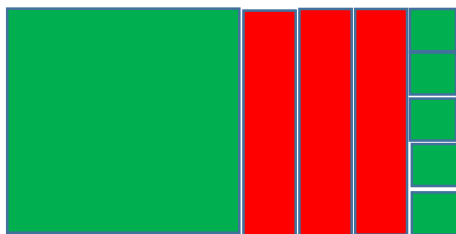
2.

- a)  $-3xy$
- b)  $2x$
- c)  $-3y^2$
- d)  $2xy$



3.

- a)  $x^2 + 3xy + 5$
- b)  $x^2 - 3xy + 5$
- c)  $x^2 + 3x - 5$
- d)  $x^2 - 3x + 5$



4.

- a)  $4y + 3$
- b)  $4y - 3$
- c)  $4x + 3y$
- d)  $4x - 3y$





**II. Represente con material concreto cada uno de los siguientes polinomios y luego dibuje el contorno de las fichas utilizadas y pntelas con los respectivos colores.**

1.  $x^2 - 2xy + y^2$

2.  $x^2 + 4y - 3$



## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 2

### I. DATOS INFORMATIVOS

Área :	Matemáticas	Tiempo:	2 periodos
Año de E.G.B :	Décimo	Paralelo:	" C "
Bloque N° : 1	Relaciones y funciones		
Título de la sesión :	Simplificación de polinomios "El Principio del cero"		

### II. ESTRUCTURA CURRICULAR

Destreza con criterio de desempeño :	Simplificar polinomios de hasta segundo grado con material concreto aplicando el principio del cero. (P)
Eje Curricular Integrador :	Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida.
Ejes de aprendizaje :	Razonamiento, demostración, comunicación, conexiones y/o representación.
Eje transversal :	Interculturalidad

### III. LOGRO DE APRENDIZAJE

- Aplica el Principio del Cero para simplificar polinomios representados con material concreto.

### IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

PROCESOS PEDAGÓGICOS		ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	RECURSOS
Motivación, desarrollo y evaluación permanentes de actitudes	INICIO (20 minutos)	<b>Actividad 1.</b> - Se sugiere comenzar esta sesión mostrando dos fichas igual forma pero de diferente color. <div style="text-align: center;"> <math>\begin{array}{cc} 1 &amp; -1 \\ \text{y} \downarrow &amp; \text{y} \downarrow \\ \text{verde} &amp; \text{rojo} \end{array}</math> </div> - Explicar a los estudiantes que aunque ambas fichas representan una misma cantidad en este caso "y", sin embargo difieren en el color que a su vez representa el signo (verde= +, rojo = -), a pesar de ello ambas cantidades poseen el mismo valor absoluto. Por lo tanto al tratar de sumar ambas cantidades el resultado es cero por cuanto, cantidades con signos diferentes se restan. - De esta manera se procede a representar el cero o inverso aditivo de un número, así:	- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes. - Pizarra acrílica. - Pizarra magnética - Caja de fichas algebraicas imantadas del docente. - Marcador acrílico - Cuadernos de apuntes de los estudiantes

	<div><div><div></div><div></div></div><div><math>y \quad - y = 0</math></div><div>- En las siguientes representaciones se denominará a este caso “Principio del cero”.</div></div>																
<div><div>DESARROLLO (35 minutos)</div><div><div>- Adquirir información</div><div>- Aplicar</div><div>- Transferir lo aprendido</div></div></div>	<div><div>Actividad 2.</div><div>- Solicitar a los estudiantes que utilicen las fichas algebraicas imantadas para representar el “Principio del cero”.</div><table><tr><th>Cantidad</th><th>Inverso aditivo</th><th>Resultado</th></tr><tr><td><div><div></div></div></td><td><div><div></div></div></td><td>0</td></tr><tr><td><div><div></div><div></div><div></div></div></td><td><div><div></div><div></div><div></div></div></td><td>0</td></tr><tr><td><div><div></div></div></td><td><div><div></div></div></td><td>0</td></tr><tr><td><div><div></div><div></div></div></td><td><div><div></div><div></div></div></td><td>0</td></tr></table></div>	Cantidad	Inverso aditivo	Resultado	<div><div></div></div>	<div><div></div></div>	0	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	0	<div><div></div></div>	<div><div></div></div>	0	<div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div></div>	0	<div><div>- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes.</div><div>- Pizarra acrílica.</div><div>- Pizarra magnética</div><div>- Caja de fichas algebraicas imantadas del docente.</div><div>- Marcador acrílico</div><div>- Cuadernos de apuntes de los estudiantes</div></div>
Cantidad	Inverso aditivo	Resultado															
<div><div></div></div>	<div><div></div></div>	0															
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	0															
<div><div></div></div>	<div><div></div></div>	0															
<div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div></div>	0															



	<b>Actividad 3.</b> - Los estudiantes deben realizar las operaciones aplicando el principio del cero y luego escribir el resultado algebraico obtenido en cada operación como se muestra en el ejemplo.	
<b>CIERRE</b> <b>(15 minutos)</b> - Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje	El docente plantea preguntas abiertas para reflexionar sobre la importancia del tema desarrollado con el uso de material concreto. <b>Preguntas:</b> - ¿En qué consiste el Principio del cero? - ¿Podrías plantear un polinomio con el principio del cero? - ¿Cuáles son las dificultades que tuvieron al representar el principio del cero?	-Hojas de carpeta para aplicar la técnica del <b>PNI</b> , es decir lo positivo, lo negativo y lo interesante.

## V. EVALUACIÓN (20 minutos)

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES	INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
- Razonamiento - Observación - Deducción - Resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplica el principio del cero para simplificar polinomios representados físico y simbólicamente.</li> <li>• Simplifica polinomios con la aplicación de las operaciones básicas y de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.</li> </ul>	Los estudiantes resuelven en equipos de tres la actividad denominada <b>“DEMUESTRO MIS DESTREZAS N° 2”</b>

## VI. ANEXOS





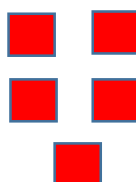




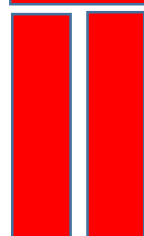




## DEMUESTRO MIS DESTREZAS MATEMÁTICAS N° 2

### Simplificación de polinomios “El Principio del cero”

Docente: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_  
 Curso de E.G.B: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_  
 Integrantes del Grupo: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

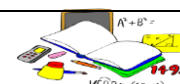
I. Encierra en un círculo las parejas de elementos de los recuadros de manera que se formen ceros “Principio del cero”.

Nota: El lado del cuadrado grande es “x”, el lado del cuadrado mediano es “y” y el lado del cuadrado pequeño es “1”.

a) 	b) 	c) 	d) 
e) 	f) 	g) 	h) 
i) 	j) 	k) 	l) 

II. Represente algebraicamente el resultado obtenido en la pregunta anterior luego de reduzca los términos semejantes.

\_\_\_\_\_



## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3

### I. DATOS INFORMATIVOS:

Área :	Matemáticas	Tiempo:	2 periodos (90 minutos)
Docente:			
Año de E.G.B :	Décimo	Paralelo:	" C "
Bloque N° : 1	Relaciones y funciones		
Título de la sesión :	<b>Multiplicación de polinomios</b>		




### II. ESTRUCTURA CURRICULAR:

Destreza con criterio de desempeño :	Multiplicar polinomios con material concreto aplicando la propiedad distributiva. (P,A)
Eje Curricular Integrador :	Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida.
Ejes de aprendizaje :	Razonamiento, demostración, comunicación, conexiones y/o representación.
Eje transversal :	Interculturalidad


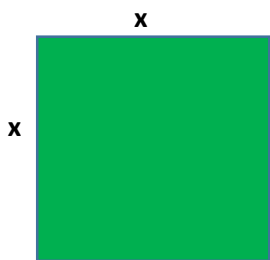

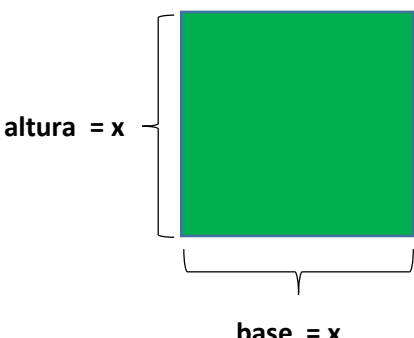
### III. LOGRO DE APRENDIZAJE

- Multiplica factores, determina el área de las fichas cuadradas y rectangulares e identifica los productos notables.

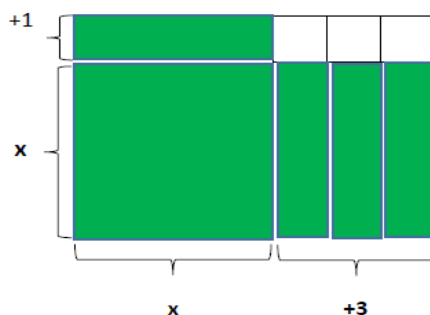
### IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

PROCESOS PEDAGÓGICOS	ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	RECURSOS
Motivación, desarrollo y evaluación permanentes de actitudes  <b>INICIO (20 minutos)</b> - Despertar el interés - Recuperar saberes previos - Estimular el conflicto cognitivo	- El docente solicitará a sus estudiantes que desarrollen la actividad de prerrequisitos.  <u><b>Prerrequisitos:</b></u> 1. Dados los siguientes paralelogramos (cuadrados o rectángulos), calcule el área de cada figura.  <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math>-1</math>  <math>1</math>  </div> <div style="text-align: center;"> <math>x</math>  <math>-y</math>  </div> <div style="text-align: center;"> <math>y</math>  <math>y</math>  </div> </div>	- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes. - Pizarra acrílica. - Pizarra magnética - Caja de fichas algebraicas imantadas del docente. - Marcador acrílico - Cuadernos de apuntes de los

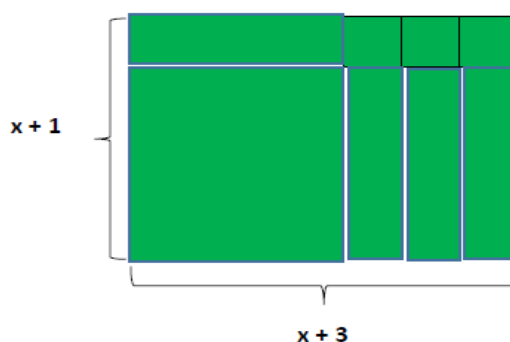


					estudiantes
<b>DESARROLLO (35 minutos)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Adquirir información</li> <li>- Aplicar</li> <li>- Transferir lo aprendido</li> </ul>	<p><b>Introducción</b></p> <p>El desarrollo de este tema permitirá que los estudiantes asocien el concepto de área de un cuadrado o de un rectángulo, relacionando el producto de los lados de la figura con el producto de dos polinomios (factores).</p> <p>Para realizar las multiplicaciones existen dos métodos que son sencillos: el directo y el de la tabla de doble entrada. Sin embargo en el desarrollo de toda la propuesta se utilizará el método directo.</p> <p><b>Método Directo:</b></p> <p>Este método directo consiste en que como se trata de dos factores que representarán la base y la altura de un rectángulo, respectivamente; entonces se considerará al primer factor como la base por lo tanto para representarlo es necesario seleccionar las fichas de la siguiente manera, primero una ficha que tenga de base el término del primer factor con variable <math>y</math> y de altura el término del segundo factor con variable <math>x</math>.</p> <p>Por ejemplo: si los factores son <math>(x + 3)(x+1)</math>; entonces de acuerdo con lo expresado anteriormente el factor <math>(x+3)</math> corresponde a la base y el factor <math>(x+1)</math> sería la altura, por lo tanto las piezas que debemos escoger son: la primera ficha debería tener <math>x</math> de base y <math>x</math> de altura lo que nos da de área <math>x^2</math>,</p> <div style="text-align: center;">  </div>				<ul style="list-style-type: none"> <li>- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes.</li> <li>- Pizarra acrílica.</li> <li>- Pizarra magnética</li> <li>- Caja de fichas algebraicas imantadas del docente.</li> <li>- Marcador acrílico</li> <li>- Cuadernos de apuntes de los estudiantes</li> </ul>

Las demás fichas deberán colocarse según correspondan a la base o a la altura, de manera que se pueda formar un rectángulo o cuadrado según sea el caso. Para nuestro ejemplo sería así:

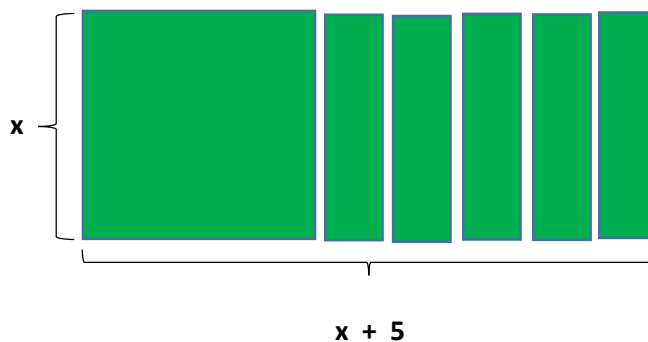


Ahora bien para completar el rectángulo hacen falta tres fichas que tengan de área la unidad por lo tanto se deben agregar pero se debe tener en cuenta el color de las fichas laterales si son de igual color ambas verdes o rojas las fichas que se añaden deberán ser verdes es decir positivas, pero si a cada lado del cuadrado grande son de diferente color rojas de un lado y verdes del otro lado o viceversa, entonces las fichas que se añaden deberán ser rojas. En nuestro caso como son iguales (verdes) por lo tanto las fichas deben ser verdes (+). Así:



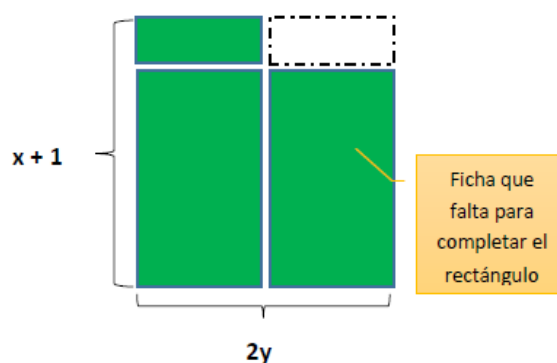
Finalmente para determinar el resultado de la multiplicación de los dos factores se escribe el valor representado por cada una de las fichas que forman el rectángulo. En nuestro caso el resultado sería:

$$x^2 + 4x + 3$$

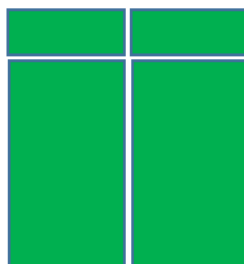
**Actividad 1:****Multiplicación de dos factores positivos un monomio por un polinomio.**Representa el producto de los factores:  $x(x + 5)$ 

El resultado de este producto es:

$$x^2 + 5x$$



Ahora completando el rectángulo se tiene,

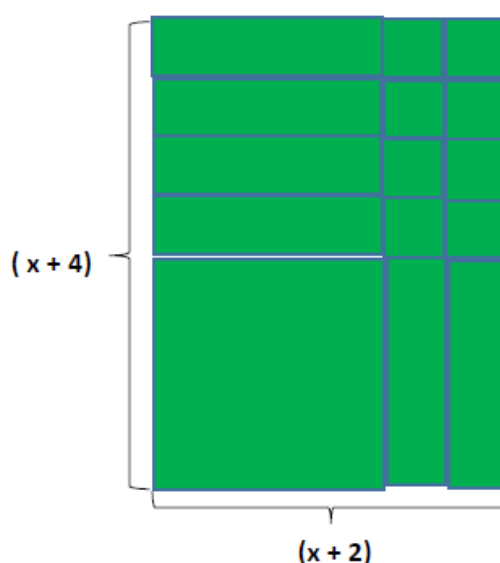


Cuyo resultado es:

$$2xy + 2y$$

**Actividad 2:****Multiplicación de dos factores positivos un polinomio por un polinomio.****1. Representar el producto de los factores:  $(x + 2)(x + 4)$** 

En este caso se debe buscar una ficha que tenga de base  $x$  y de altura  $x$ , es decir  $x^2$ . por lo tanto para armar el rectángulo las demás fichas se deben situar en forma horizontal y vertical dependiendo si es complemento de la base o de la altura del rectángulo y si fuera necesario se deberá completar con las unidades, así:

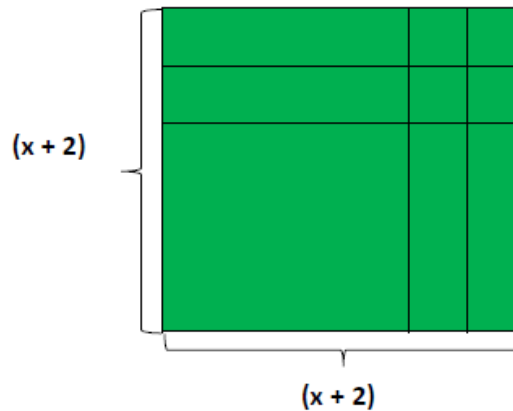


El resultado de la multiplicación es:

$$x^2 + 6x + 8$$

**2. Representar con el material concreto el producto de los polinomios:  $(x + 2)(x + 2)$** 

En este caso se observa que ambos factores son iguales, por lo tanto el área que se va a determinar será de un cuadrado.



El producto de los dos factores iguales es:

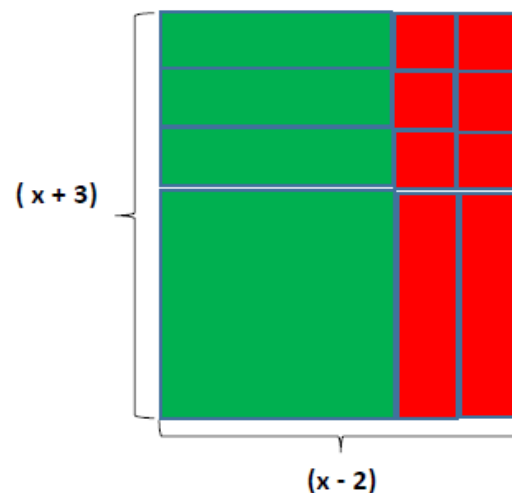
$$x^2 + 4x + 4$$

### Actividad 3.

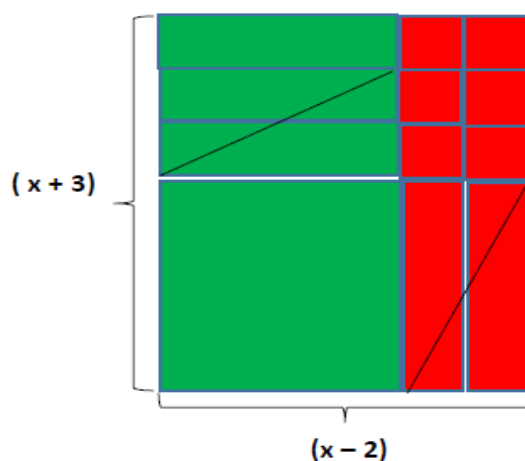
#### Multiplicación de dos factores que incluyen términos negativos, un polinomio por un polinomio.

#### 3. Representar el producto de los factores: $(x - 2)(x + 3)$

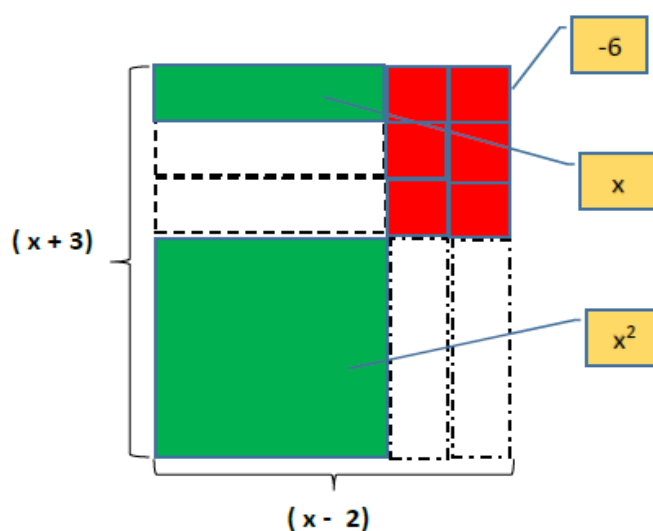
En este caso se debe buscar una ficha que tenga de base  $x$  y de altura  $x$ , es decir  $x^2$ . por lo tanto para armar el rectángulo las demás fichas se deben situar en forma horizontal y vertical dependiendo si es complemento de la base o de la altura del rectángulo y del signo, y si fuera necesario se deberá completar con las unidades que en este caso deberán ser de color rojo porque las fichas laterales son de diferentes colores, así:



Ahora se procede a aplicar el principio del cero, que consiste en eliminar términos semejantes, lo que nos daría:



Por lo tanto el área resultante sería:

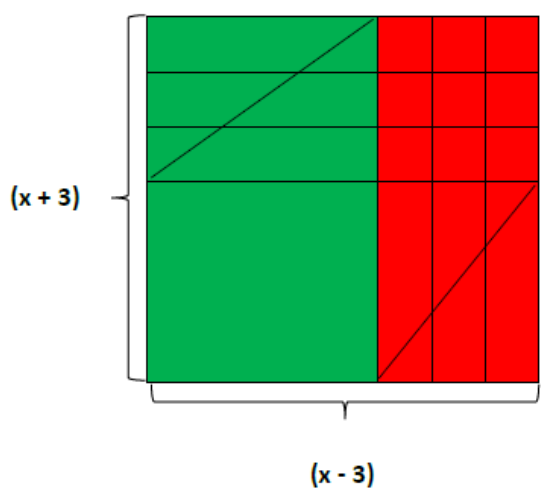
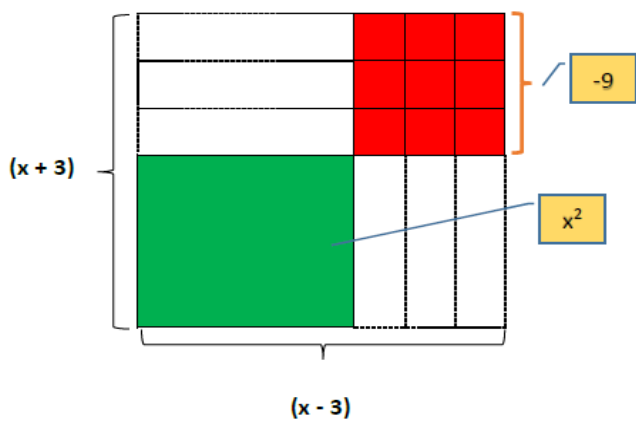


El resultado de la multiplicación es:

$$x^2 + x - 6$$

**4. Representar con el material concreto el producto de los polinomios:  $(x - 3)(x + 3)$**

En este caso se observa que ambos factores son iguales pero difieren en los signos, por lo tanto el área que se va a determinar será de un cuadrado.

	 <p>Aplicando el “Principio del cero” el área resultante sería:</p>  <p>Por lo tanto el producto de los dos factores iguales es:</p> <p style="text-align: center;"><math>x^2 - 9</math></p> <p><b>Nota:</b> El docente planteará más ejercicios para que los estudiantes fortalezcan la destreza de multiplicación.</p>	
<p><b>CIERRE</b> <b>(15 minutos)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje</li> </ul>	<p>El docente plantea preguntas abiertas para reflexionar sobre la importancia del tema desarrollado con el uso de material concreto.</p> <p><b>Preguntas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Cuáles son las reglas que se deben considerar al momento de agrupar las fichas para formar el rectángulo?</li> <li>- ¿Qué tipo de figura se formó cuando se multiplicaron factores iguales?</li> </ul>	<p>-Hojas de carpeta para aplicar la técnica del <b>PNI</b>, es decir lo positivo, lo negativo y lo interesante.</p>



		- ¿De qué color deberán ser las fichas de las unidades que completan un rectángulo o cuadrado cuando se multiplican factores con signos diferentes?	
--	--	---	--

#### V. EVALUACIÓN (15 minutos)

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES	INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Razonamiento</li> <li>- Demostración</li> <li>- Conexiones</li> <li>- Representación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Multiplica polinomios e identifica los productos notables.</li> </ul>	Los estudiantes resuelven en equipos de tres la actividad denominada “ <b>DEMUESTRO MIS DESTREZAS N° 3</b> ”



## VI. ANEXOS



## DEMUESTRO MIS DESTREZAS MATEMÁTICAS N° 3

### Multiplicación de polinomios

Docente: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Curso de E.G.B: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

Integrantes del Grupo: \_\_\_\_\_

I. Realiza las siguientes multiplicaciones de polinomios, dibuja las fichas que representan el área obtenida del producto de los factores aplicando las reglas de ordenamiento y el principio del cero.

Nota: El área del cuadrado grande es " $x^2$ ", el área del cuadrado pequeño es " $y^2$ " y el área del cuadrado pequeño es " $1$ ".

1. Representar el producto:

$$(x + 3)(x - 4) =$$

2. Representar el producto:

$$(x - 2)(x - 2) =$$

3. Representar el producto:

$$(x - 5y)(x + 1y) =$$

4. Representar el producto:

$$x(xy - 2) =$$

II. Represente con material concreto cada uno de los siguientes polinomios y luego identifique los factores que corresponden a la base y a la altura de cada rectángulo.

5.  $x^2 + 2xy - 3y^2$

a)  $(3x - y)(x - y)$

b)  $(x + 3y)(x - y)$

c)  $(x + 3y)(x + y)$

d)  $(3x + y)(x + y)$

Representación:

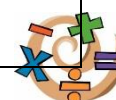
6.  $x^2 - 7x + 12$

a)  $(x + 3)(x - 4)$

b)  $(3x - 4)(x - 3)$

c)  $(x + 3)(x + 4)$

d)  $(4x + 3)(x + 3)$



## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4

### I. DATOS INFORMATIVOS

Área :	Matemáticas	Tiempo:	2 periodos
Docente:			
Año de E.G.B :	Décimo	Paralelo:	" C "
Bloque N° : 1	Relaciones y funciones		
Título de la sesión :	<b>Factorización de polinomios : Trinomio Cuadrado Perfecto</b>		

### II. ESTRUCTURA CURRICULAR:

Destreza con criterio de desempeño :	Factorizar polinomios y desarrollar productos notables. (P,A)
Eje Curricular Integrador :	Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida.
Ejes de aprendizaje :	Razonamiento, demostración, comunicación, conexiones y/o representación.
Eje transversal :	Interculturalidad

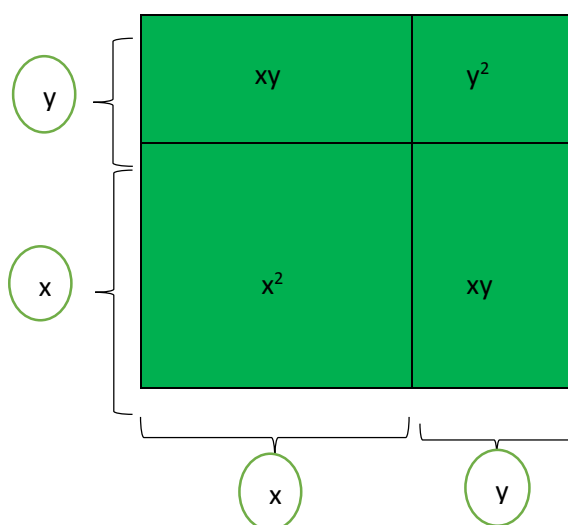
### III. LOGRO DE APRENDIZAJE

- Factoriza un trinomio cuadrado perfecto y desarrolla productos notables para determinar sus raíces a través de material concreto y procesos algebraicos.

### IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

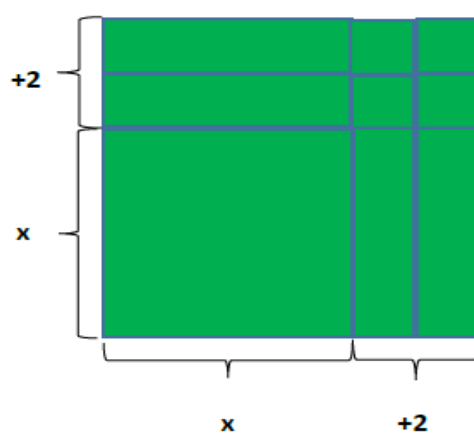
PROCESOS PEDAGÓGICOS		ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	RECURSOS	
Motivación, desarrollo y evaluación permanentes de actitudes	<b>INICIO</b> <b>(20 minutos)</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- El docente solicitará a sus estudiantes que desarrollen la actividad de prerrequisitos.</li></ul> <p><b><u>Prerrequisitos:</u></b></p> <p><b>1. Realiza las siguientes multiplicaciones de polinomios, dibuja las fichas que representan el área obtenida del producto de los siguientes factores.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes.</li><li>- Pizarra acrílica.</li><li>- Pizarra magnética</li></ul>	
	<ul style="list-style-type: none"><li>- Despertar el interés</li><li>- Recuperar saberes previos</li><li>- Estimular el conflicto cognitivo</li></ul>	<table><tr><td><b>a) <math>(x + 1)(x + 8) =</math></b></td><td><b>b) <math>(x - 5)(x + 2) =</math></b></td></tr></table>	<b>a) <math>(x + 1)(x + 8) =</math></b>	<b>b) <math>(x - 5)(x + 2) =</math></b>
<b>a) <math>(x + 1)(x + 8) =</math></b>	<b>b) <math>(x - 5)(x + 2) =</math></b>			

	c) $(y + 3)(y - 4) =$	d) $(x + 4)(x + 3) =$	apuntes de los estudiantes
<b>DESARROLLO (35 minutos)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Adquirir información</li> <li>- Aplicar</li> <li>- Transferir lo aprendido</li> </ul>	<p><b>Introducción</b></p> <p>En este caso partiremos con el concepto de <b>factorización</b>, que es una operación que consiste en hallar los factores (cuando existen) de una expresión algebraica.</p> <p>Se debe tener presente que una expresión algebraica puede no tener otros factores que la propia expresión o un factor numérico, en cuyo caso se dice que es prima la expresión. Mientras que si tiene otros factores se dice que es compuesta.</p> <p><b>Trinomios cuadrados perfectos.</b></p> <p>Un trinomio cuadrado perfecto es igual al cuadrado de un binomio, para identificarlo se deben considerar las siguientes características:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>El primero y tercer término son cuadrados perfectos.</li> <li>El término central debe corresponder al doble producto de las raíces cuadradas de dichos términos.</li> <li>El trinomio es el cuadrado de una suma o de una diferencia según que el signo del doble producto sea positivo o negativo.</li> </ol> <p><b>Ejemplo:</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: right; margin-right: 20px;">respuesta</p> <math display="block">x^2 + 8xy + 16y^2 = (x + 4y)^2</math> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>↓</p> <p>x</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>↓</p> <p>4y</p> </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">2 ( x * 4y ) = 8xy</p> </div> <p style="margin-top: 10px;">La siguiente figura proporciona la interpretación geométrica de un trinomio cuadrado perfecto <math>(x^2 + 2xy + y^2)</math> cuya área <math>(x + y)^2</math> representada corresponde a un <b>cuadrado</b> de lado <math>(x + y)</math> en este caso.</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes.</li> <li>- Pizarra acrílica.</li> <li>- Pizarra magnética</li> <li>- Caja de fichas algebraicas imantadas del docente.</li> <li>- Marcador acrílico</li> <li>- Cuadernos de apuntes de los estudiantes</li> </ul>

**Actividad 1:**

Representa con el material concreto los siguientes trinomios cuadrados perfectos y luego identifica el área representada.

1. Representa el trinomio cuadrado perfecto:  $x^2 + 4x + 4$

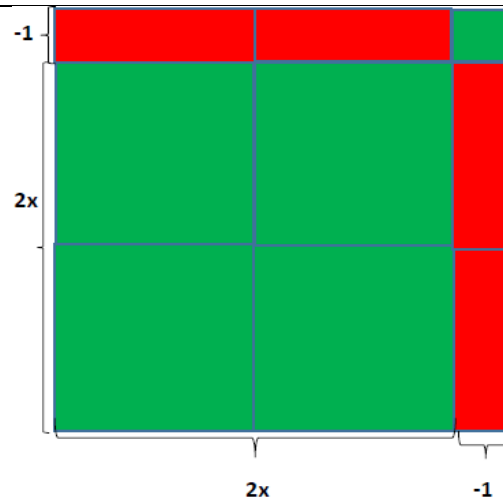


El área representada es:

$$(x + 2)^2$$

2. Representa el trinomio cuadrado perfecto:

$$4x^2 - 4x + 1$$



El área representada es:

$$(2x - 1)^2$$

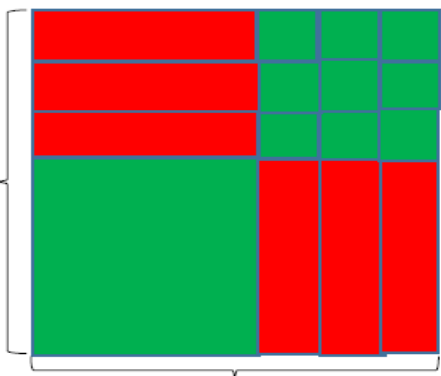
### Actividad 2:

3. Identifica cuál de los siguientes polinomios corresponde a un trinomio cuadrado perfecto de acuerdo a las características estudiadas y luego dibuja las fichas que lo representan.

El literal con un trinomio cuadrado perfecto es: \_\_\_\_\_

a) $x^2 - 4x + 9$	b) $x^2 + x + 4$
c) $x^2 + 2x + 1$	d) $4x^2 - 2xy + y^2$

Dibuja las fichas que representan el trinomio cuadrado perfecto.  $x^2 - 4x + 1$

	<p>4. Escriba dentro del recuadro el trinomio cuadrado perfecto representado por la siguiente área de lado <math>(x - 3)</math>.</p> <div data-bbox="539 338 1098 757">  <p>El diagrama muestra un cuadrado grande dividido en una cuadrícula de 3x3. El cuadrado tiene un lado etiquetado como <math>(x - 3)</math> tanto horizontalmente como verticalmente. Las sub-cuadrados de la fila superior y la columna de la derecha están coloreados en rojo. Las sub-cuadrados de la fila inferior y la columna de la izquierda están coloreados en verde. El sub-cuadrado central es verde.</p> </div> <p>El resultado de la multiplicación es: <input data-bbox="922 824 1129 891" type="text"/></p> <p>5. Representa con el material concreto el área <math>(x + 2)^2</math> y luego escribe en el recuadro el trinomio cuadrado perfecto representado.</p> <p>El trinomio cuadrado perfecto es: <input data-bbox="916 1563 1123 1630" type="text"/></p> <p><b>Nota:</b> El docente planteará más ejercicios para que los estudiantes fortalezcan la destreza de factorización.</p>	
<p><b>CIERRE</b> <b>(15 minutos)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje</li> </ul>	<p>El docente plantea preguntas abiertas para reflexionar sobre la importancia del tema desarrollado con el uso de material concreto.</p> <p><b>Preguntas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Cuál es el concepto de Factorización?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Hojas de carpeta para aplicar la técnica del <b>PNI</b>, es decir lo positivo, lo negativo y lo interesante.</li> </ul>



		<p>- ¿Qué tipo de figura se formó cuando se representaron los trinomios cuadrados perfectos?</p> <p>- ¿Cuáles son las características básicas que nos permiten identificar cuando un trinomio es cuadrado perfecto? Utiliza un ejemplo para complementar tu respuesta.</p>	
--	--	--	--

## V. EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES	INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Razonamiento</li> <li>- Demostración</li> <li>- Conexiones</li> <li>Representación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica un trinomio cuadrado perfecto analizando sus características básicas.</li> <li>• Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</li> <li>• Representa adecuadamente un trinomio cuadrado perfecto y su área con material concreto.</li> </ul>	Los estudiantes resuelven en equipos de tres la actividad denominada “ <b>DEMUESTRO MIS DESTREZAS N° 4</b> ”

## VI. ANEXOS



### Factorización de polinomios: Trinomio Cuadrado Perfecto

Docente: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_  
 Curso de E.G.B.: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_  
 Integrantes del Grupo: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**I. Resuelve los siguientes trinomios cuadrados perfectos y luego dibuja las fichas que representan el área obtenida aplicando las reglas básicas de ordenamiento.**

**Nota:** El área del cuadrado grande es " $x^2$ ", el área del cuadrado mediano es " $y^2$ " el área de las fichas rectangulares son  $x$ ,  $y$ ; el área del cuadrado pequeño es " $1$ ".

1.  $x^2 + 6x + 9 =$  \_\_\_\_\_

2.  $4x^2 - 12x + 9 =$  \_\_\_\_\_

3.  $x^2 + 4x + 1 =$  \_\_\_\_\_

4.  $x^2 + 2xy + y^2 =$  \_\_\_\_\_

**II. Represente con material concreto cada uno de los siguientes polinomios y luego selecciona el área representada.**

5.  $4x^2 - 4xy + y^2$

a) $(2 - xy)^2$	b) $(x + 4)^2$
c) $(2x - y)^2$	d) $(x + 2)^2$

Representación:

6.  $x^2 - 6x + 9$

a) $(x - 3)^2$	b) $(3x - y)^2$
c) $(3x + y)^2$	d) $(x + 3y)^2$

Representación:





## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 5

### I. DATOS INFORMATIVOS

Área :	Matemáticas	Tiempo:	2 periodos
Docente:			
Año de E.G.B :	Décimo	Paralelo:	" C "
Bloque N° : 1	Relaciones y funciones		
Título de la sesión :	<b>Factorización de polinomios : Diferencia de Cuadrados Perfectos</b>		

### II. ESTRUCTURA CURRICULAR:

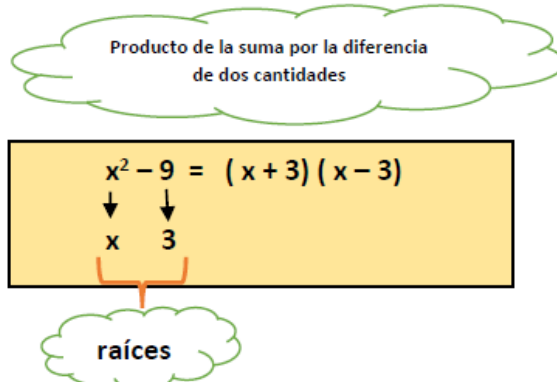
Destreza con criterio de desempeño :	Factorizar polinomios y desarrollar productos notables. (P,A)
Eje Curricular Integrador :	Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida.
Ejes de aprendizaje :	Razonamiento, demostración, comunicación, conexiones y/o representación.
Eje transversal :	Interculturalidad

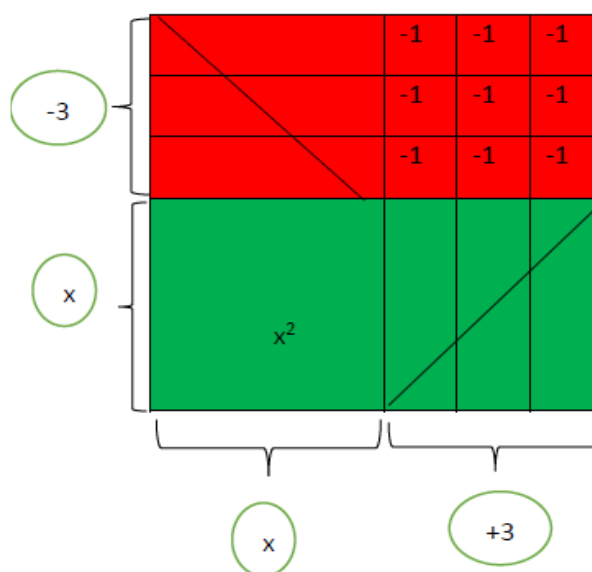
### III. LOGRO DE APRENDIZAJE

- Factoriza una Diferencia de Cuadrados Perfectos y desarrolla productos notables para determinar sus raíces a través de material concreto y procesos algebraicos.

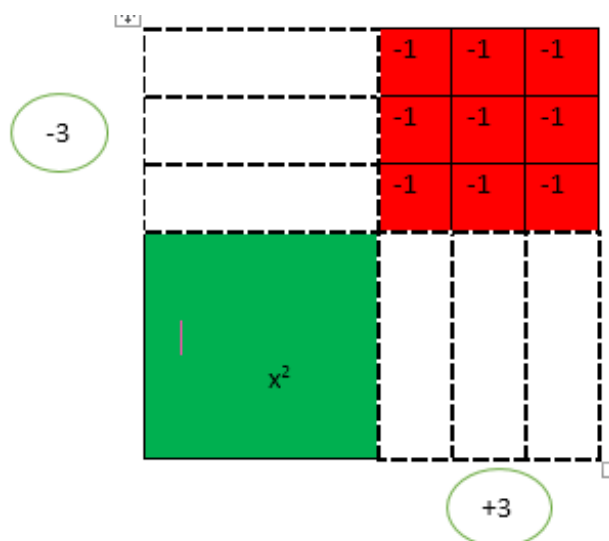
### IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

PROCESOS PEDAGÓGICOS		ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	RECURSOS		
Motivación, desarrollo y evaluación permanentes de actitudes	<b>INICIO</b> <b>(20 minutos)</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- El docente solicitará a sus estudiantes que desarrollen la actividad de prerrequisitos.</li></ul> <p><u><b>Prerrequisitos:</b></u></p> <p><b>1. Realiza las siguientes multiplicaciones de polinomios, dibuja las fichas que representan el área obtenida del producto de los siguientes factores.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes.</li><li>- Pizarra acrílica.</li><li>- Pizarra magnética</li><li>- Caja de fichas algebraicas imantadas del docente.</li><li>- Marcador acrílico</li><li>- Cuadernos de apuntes de los estudiantes</li></ul>		
		<table><tr><td><b>a) <math>(x + 1)(x - 1) =</math></b></td><td><b>b) <math>(x - 2)(x + 2) =</math></b></td></tr></table>	<b>a) <math>(x + 1)(x - 1) =</math></b>	<b>b) <math>(x - 2)(x + 2) =</math></b>	
	<b>a) <math>(x + 1)(x - 1) =</math></b>	<b>b) <math>(x - 2)(x + 2) =</math></b>			
		<table><tr><td><b>c) <math>(y + 3)(y - 3) =</math></b></td><td><b><math>(x - 4)(x + 4) =</math></b></td></tr></table>	<b>c) <math>(y + 3)(y - 3) =</math></b>	<b><math>(x - 4)(x + 4) =</math></b>	
<b>c) <math>(y + 3)(y - 3) =</math></b>	<b><math>(x - 4)(x + 4) =</math></b>				

<p><b>DESARROLLO (35 minutos)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Adquirir información</li> <li>- Aplicar</li> <li>- Transferir lo aprendido</li> </ul>	<p><b>Introducción</b></p> <p>En este caso se tomará como base el producto notable denominado Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades.</p> <p>Se debe tener presente que el resultado de obtenido de dicho producto, es equivalente a una Diferencia de Cuadrados Perfectos, y viceversa. Por ello muy importante que el docente haga un recordatorio de los productos notables hasta que logren establecer las relaciones pertinentes.</p> <p><b>Diferencia de Cuadrados Perfectos.</b></p> <p>La diferencia de dos cuadrados se descompone en el producto de la suma por la diferencia de las raíces de estos cuadrados, para identificarlo se deben considerar las siguientes características:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Debe tener dos términos que tengan raíces cuadradas exactas.</li> <li>Los dos términos deben estar separados por el signo menos.</li> </ol> <p><b>Ejemplo:</b></p> <div data-bbox="542 1120 1101 1500" data-label="Diagram">  </div> <p>La siguiente figura proporciona la interpretación geométrica de una diferencia de cuadrados perfectos (<math>x^2 - 9</math>) cuyas dimensiones corresponden al producto de la suma por la diferencia de dos cantidades, es decir: <math>(x + 3)(x - 3)</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes.</li> <li>- Pizarra acrílica.</li> <li>- Pizarra magnética</li> <li>- Caja de fichas algebraicas imantadas del docente.</li> <li>- Marcador acrílico</li> <li>- Cuadernos de apuntes de los estudiantes</li> </ul>
--	---	---



Es importante tener presente que se puede aplicar el principio del cero (inverso aditivo) es decir, las fichas tachadas se eliminan porque son de signos opuestos para evidenciar el área total que viene a ser la diferencia de cuadrados perfectos, así:



En este caso el área representada es  $x^2 - 9$ .

**Actividad 1:**

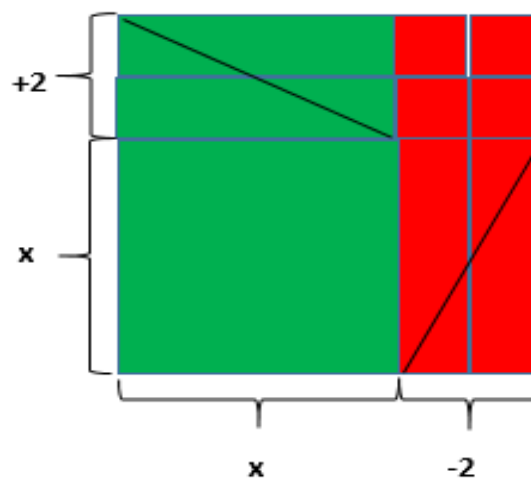
1. Representa con el material concreto la siguiente diferencia de cuadrados perfectos:

a)  $x^2 - 4$

- Primero es necesario representar con material concreto el área  $x^2$ , seguidamente se representa el  $-4$  agrupadas diagonal al cuadrado grande ( $x^2$ );



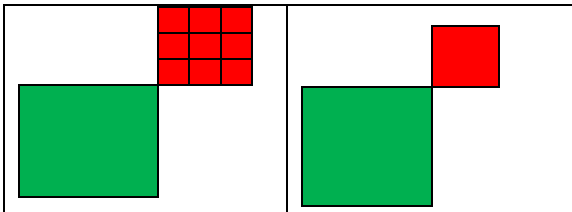
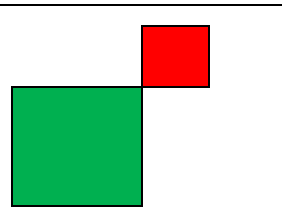
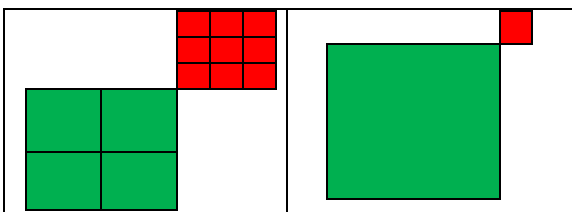
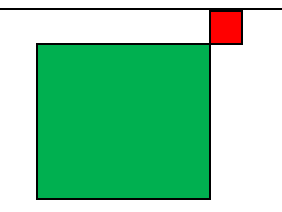
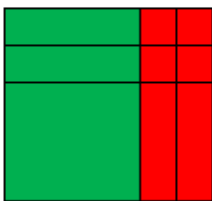
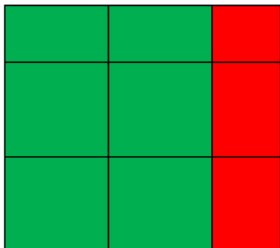
- Luego se completa con fichas que representen las áreas faltantes



- Se observan las dimensiones de la figura cuyas dimensiones son:

$$(x - 2)(x + 2)$$

- Finalmente se aplica el principio del cero con las fichas que sirvieron para completar la figura, quedando representada la expresión inicial.

	<p><b>Actividad N° 2:</b></p> <p>2. Escribe debajo de cada gráfico el área representada por las fichas.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>a)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>b)</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>c)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>d)</p> </div> </div> <p><b>Actividad N°3:</b></p> <p>3. Escriba debajo de cada gráfico las dimensiones de las distintas áreas representadas.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>a)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>b)</p> </div> </div>	
<p><b>CIERRE</b> (15 minutos)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje</li> </ul>	<p>El docente plantea preguntas abiertas para reflexionar sobre la importancia del tema desarrollado con el uso de material concreto.</p> <p><b>Preguntas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué tipo de figura se formó cuando se representaron las diferencias de cuadrados perfectos?</li> <li>- ¿Cuáles son las características básicas que nos</li> </ul>	<p>-Hojas de carpeta para aplicar la técnica del <b>PNI</b>, es decir lo positivo, lo negativo y lo interesante.</p>



		<p>permiten identificar cuando se trata de una diferencia de cuadrados perfectos? Utiliza un ejemplo para complementar tu respuesta.</p> <p>- ¿Cuál es el producto notable que se obtiene al resolver la diferencia de cuadrados perfectos?</p>	
--	--	---	--

## V. EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES	INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Razonamiento</li> <li>- Demostración</li> <li>- Conexiones</li> <li>- Representación</li> <li>- Comunicación de ideas matemáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica una diferencia de cuadrados perfectos analizando sus características básicas.</li> <li>• Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</li> <li>• Representa adecuadamente el área de una diferencia de cuadrados perfectos con material concreto y determina sus dimensiones.</li> </ul>	<p>Los estudiantes resuelven en equipos de tres la actividad denominada <b>“DEMUESTRO MIS DESTREZAS N° 5”</b></p>

## VI. ANEXOS



## DEMUESTRO MIS DESTREZAS MATEMÁTICAS N° 5

### Factorización de polinomios: Diferencia de Cuadrados Perfectos

Docente: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_  
 Curso de E.G.B.: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_  
 Integrantes del Grupo: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

1. Resuelva las siguientes diferencias de cuadrados perfectos y luego dibuja las fichas que representan el área obtenida aplicando las reglas básicas de ordenamiento.

**Nota:** El área del cuadrado grande es " $x^2$ ", el área del cuadrado mediano es " $y^2$ " el área de las fichas rectangulares son  $x$ ,  $y$ ; el área del cuadrado pequeño es " $1$ ".

a)  $4x^2 - 9 =$  \_\_\_\_\_

b)  $x^2 - 1 =$  \_\_\_\_\_

c)  $y^2 - 4 =$  \_\_\_\_\_

d)  $x^2 - 4y^2 =$  \_\_\_\_\_

2. Represente con material concreto cada uno de los siguientes polinomios y luego selecciona el área representada.

I.  $4x^2 - y^2$

a)  $(x + y)(x - y)$

b)  $(2x - y)(2x + y)$

c)  $(x + 2y)(x - 2y)$

d)  $(x + 2)(x - 2)$

Representación:



<b>II. <math>x^2 - 9</math></b>  <b>a) <math>(x + 3)(x - 3)</math></b> <b>b) <math>(3 - x)(3 + x)</math></b> <b>c) <math>(x + 9)(x - 9)</math></b> <b>d) <math>(9 + x)(9 - x)</math></b>	<b>Representación:</b>
---	------------------------



## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 6

### I. DATOS INFORMATIVOS

Área :	Matemáticas	Tiempo:	2 periodos
Año de E.G.B :	Décimo	Paralelo:	" C "
Bloque N° :	1		
Título de la sesión :	<b>Factorización de polinomios : Trinomio de la forma <math>x^2 + bx + c</math></b>		
Destreza con criterio de desempeño	Factorizar polinomios y desarrollar productos notables. (P,A)		
Eje de aprendizaje	Razonamiento, demostración, comunicación, conexiones y/o representación.		
Eje transversal :	Interculturalidad		

### II. LOGRO DE APRENDIZAJE







- Integra el concepto de producto notable y lo relaciona con la factorización de un trinomio de la forma  $x^2 + bx + c$ , para determinar sus raíces a través de material concreto y procesos algebraicos.

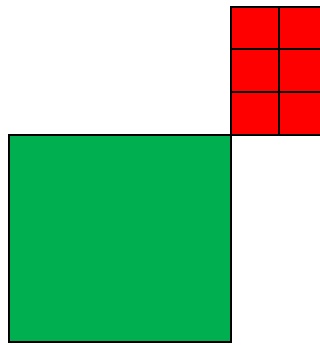
### III. SECUENCIA DIDÁCTICA

PROCESOS PEDAGÓGICOS		ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	RECURSOS
Motivación, desarrollo y evaluación normas y actitudes	<b>INICIO (20 minutos)</b>	El docente iniciará la sesión con evaluación de prerrequisitos necesarios para la sesión.	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Despertar el interés</li> <li>- Recuperar saberes previos</li> <li>- Estimular el conflicto cognitivo</li> </ul>	<b>Prerrequisitos.</b>  <b>1. Aplica la propiedad distributiva y reduce términos semejantes.</b> a) $(x - 4)(x + 3)$ b) $(y - 2)(y - 6)$ c) $(m + 9)(m - 1)$	

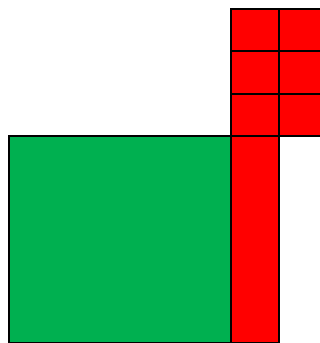




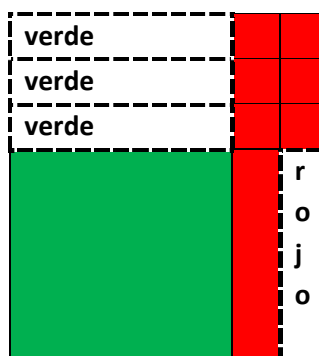
	<p><b>2. Aplica el producto notable respectivo y escribe directamente el resultado.</b></p> <p>a) <math>(x + 3) (x - 1) = x^2 + 2x - 3</math></p> <p>b) <math>(x + 7) (x - 2) =</math></p> <p>c) <math>(y - 1) (y + 6) =</math></p> <p>d) <math>(n + 4)(n - 2) =</math></p> <p><b>3. Determine el área de las siguientes figuras:</b></p> <table><tr><td>a)  3m 5p Área:</td><td> 8 r Área :</td></tr></table>	a)  3m 5p Área:	 8 r Área :	
a)  3m 5p Área:	 8 r Área :			
<p><b>DESARROLLO</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Adquirir información</li><li>- Aplicar</li><li>- Transferir lo aprendido</li></ul>	<p><b>Características:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- El primer término debe tener 1 como coeficiente.</li><li>- El segundo término puede ser positivo o negativo y contiene la raíz cuadrada de la potencia del primer término.</li><li>- Generalmente es un número positivo o negativo.</li></ul> <p><b>Representación geométrica con material concreto.</b></p> <p>Para realizar la representación geométrica de este tipo de trinomios es necesario conocer el concepto de área de figuras planas, especialmente del rectángulo, donde el trinomio de la forma <math>x^2 + bx + c</math>, representa el área del rectángulo y las dimensiones del rectángulo están representadas por los factores que resultan de la descomposición del trinomio.</p> <p>El docente organizará grupos de tres estudiantes para el desarrollo de la sesión.</p> <p>Luego solicitará a los estudiantes que factoricen el trinomio <math>x^2 + x - 6</math>, por lo tanto los estudiantes deberán en primera instancia buscar las fichas que representan a cada término de dicho polinomio, teniendo en cuenta el color de las fichas los cuales representan los signos positivos (verde) o negativo (rojo) de cada uno de los términos. Además deberán recordar las reglas básicas necesarias para agrupar las fichas; es decir en este caso colocaran la ficha que representa a <math>x^2</math> y diagonal a esta se ubicarán las 6 unidades negativas, así:</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes.</li><li>- Pizarra acrílica.</li><li>- Pizarra magnética</li><li>- Caja de fichas algebraicas imantadas del docente.</li><li>- Marcador acrílico</li><li>- Cuadernos de apuntes de los estudiantes</li></ul>		



Como segundo paso se ubicara el término de  $x$ , teniendo en cuenta el signo, en nuestro caso la ficha debe ser color verde y la ubicamos ya sea la derecha de  $x^2$  o encima de  $x^2$ .

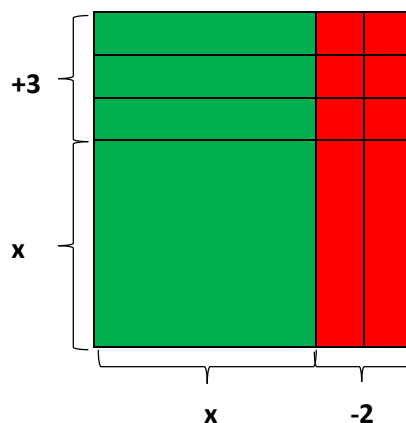


Luego completamos con fichas adecuadas para completar un rectángulo, sin olvidar que no se puede mezclar fichas del mismo tipo pero de diferente color.



Una vez que se ha completado el rectángulo quedando bien agrupadas las fichas de manera correcta se procederá a determinar los lados o dimensiones que representan al área del rectángulo. En este caso la representación gráfica

del polinomio  $x^2 + x - 6$  es:



Por lo tanto los lados del rectángulo de área  $x^2 + x - 6$  son:  $(x + 3)(x - 2)$ .

### Actividad 2.

Realiza la representación geométrica de cada uno de los siguientes trinomios y luego escribe debajo de cada figura las dimensiones de cada rectángulo.

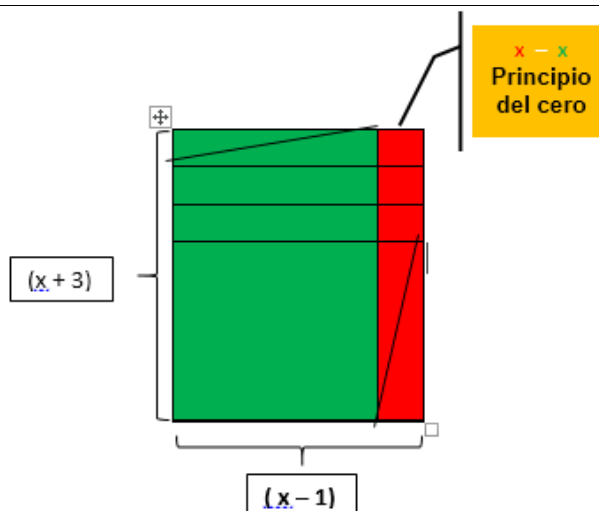
Área: $x^2 + 3x - 4$	Área: $y^2 - 4x - 12$
Representación:	Representación:
Dimensiones:	Dimensiones:

### Actividad 3.

Determine las dimensiones y el área de las siguientes representaciones geométricas de polinomios. Aplica el principio del cero.

Ejemplo:

a)



Respuestas: Dimensiones:  $(x+3)(x-1)$

Área:  $x^2 + 2x - 3$

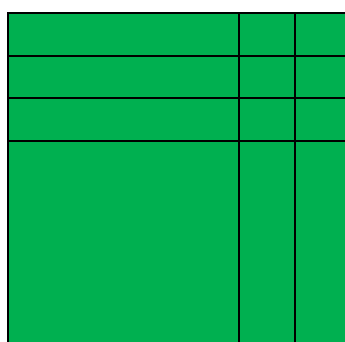
a)



Respuestas: Dimensiones: \_\_\_\_\_

Área: \_\_\_\_\_

b)



Respuestas: Dimensiones: \_\_\_\_\_

Área: \_\_\_\_\_



	<p><b>CIERRE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué tipo de figura se formó cuando se representaron los trinomios de la forma <math>x^2 + bx + c</math>?</li> <li>- ¿Cuáles son las características básicas que nos permiten identificar cuando se trata de un trinomio de la forma <math>x^2 + bx + c</math>? Utiliza un ejemplo para complementar tu respuesta.</li> <li>- ¿Cuál es el producto notable que se obtiene al resolver un trinomios de la forma <math>x^2 + bx + c</math>?</li> </ul>	<p>-Hojas de carpeta para aplicar la técnica del <b>PNI</b>, es decir lo positivo, lo negativo y lo interesante.</p>
--	--	---	--

#### IV. EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES	INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Razonamiento</li> <li>- Demostración</li> <li>- Conexiones</li> <li>- Representación</li> <li>- Comunicación de ideas matemáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica un trinomio de la forma: <math>x^2 + bx + c</math>, analizando sus características básicas.</li> <li>• Ejecuta los algoritmos apropiados para la factorización de trinomios de la forma <math>x^2 + bx + c</math>, mediante su representación con material concreto.</li> <li>• Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</li> <li>• Representa adecuadamente el área de un trinomio de la forma <math>x^2 + bx + c</math>, con material concreto y determina sus dimensiones.</li> </ul>	<p>Los estudiantes resuelven en equipos de tres la actividad denominada <b>“DEMUESTRO MIS DESTREZAS N° 6”</b></p>

## V. ANEXOS



## DEMUESTRO MIS DESTREZAS MATEMÁTICAS N° 6

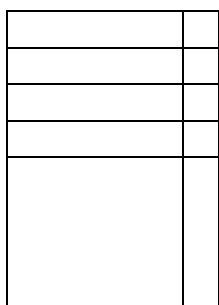
Docente: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_  
 Curso de E.G.B: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_  
 Integrantes del Grupo: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

### Factorización de polinomios: Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

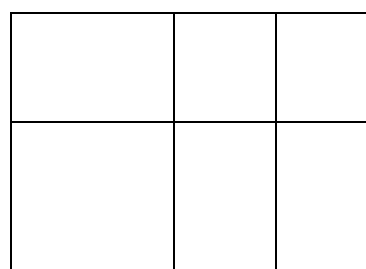
1. Pinta según los colores correspondientes a los signos el área que representa a cada trinomio dado y luego escriba los factores correspondientes a las dimensiones del rectángulo. Aplica el principio del cero para completar el rectángulo.

**Nota:** El área del cuadrado grande es " $x^2$ ", el área del cuadrado mediano es " $y^2$ " el área de las fichas rectangulares son  $x$ ,  $y$ ; el área del cuadrado pequeño es " $1$ ".

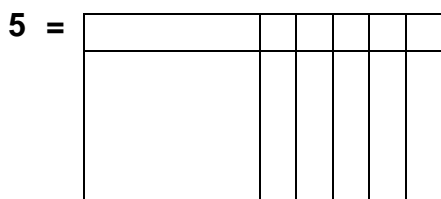
a)  $x^2 + 3x - 4 =$  \_\_\_\_\_



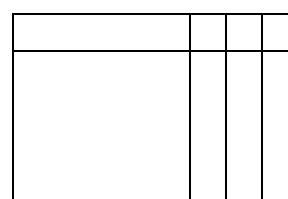
b)  $x^2 + xy - 2y^2 =$  \_\_\_\_\_



c)  $x^2 + 4x - 5 =$  \_\_\_\_\_



d)  $y^2 - 2y - 3 =$  \_\_\_\_\_





**2. Represente con material concreto cada uno de los siguientes polinomios y luego selecciona el área representada.**

<p><b>I. <math>x^2 - 2xy - 3y^2</math></b></p> <p>a) <math>(x + 3y)(x - y)</math></p> <p>b) <math>(x - 3y)(x - y)</math></p> <p>c) <math>(x + 3y)(x + y)</math></p> <p>d) <math>(x - 3y)(x + y)</math></p>	<p><b>Representación:</b></p>
<p><b>II. <math>x^2 - 3x - 10</math></b></p> <p>a) <math>(x + 5)(x - 2)</math></p> <p>b) <math>(x - 5)(x - 2)</math></p> <p>c) <math>(x + 2)(x + 5)</math></p> <p>d) <math>(x + 2)(x - 5)</math></p>	<p><b>Representación:</b></p>



## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 7

### I. DATOS INFORMATIVOS

Área :	Matemáticas	Tiempo:	2 periodos
Año de E.G.B :	Décimo	Paralelo:	" C "
Bloque N° :	1		
Título de la sesión :	Factorización de polinomios : Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$		

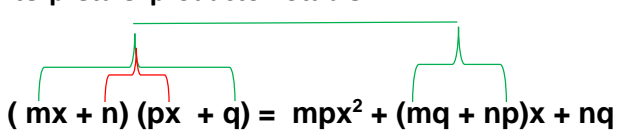
### II. ESTRUCTURA CURRICULAR

Destreza con criterio de desempeño	Factorizar polinomios y desarrollar productos notables. (P,A)
Eje de aprendizaje	
Eje transversal :	Interculturalidad

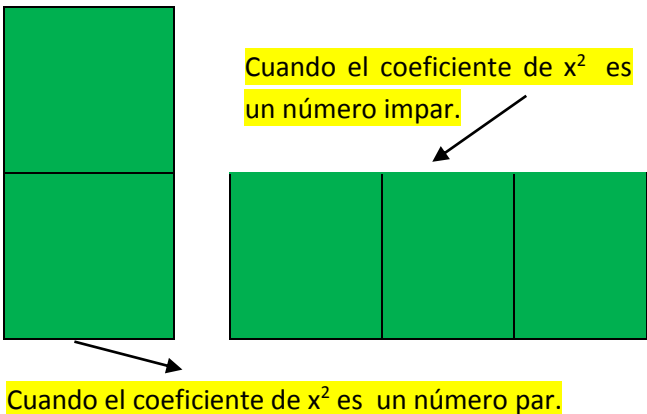
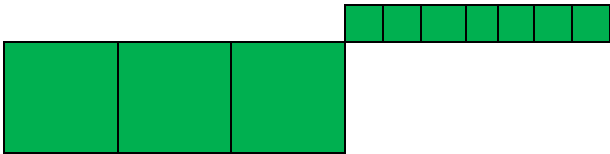
### III. LOGRO DE APRENDIZAJE

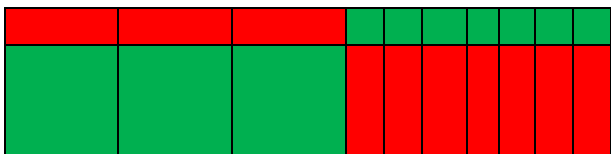
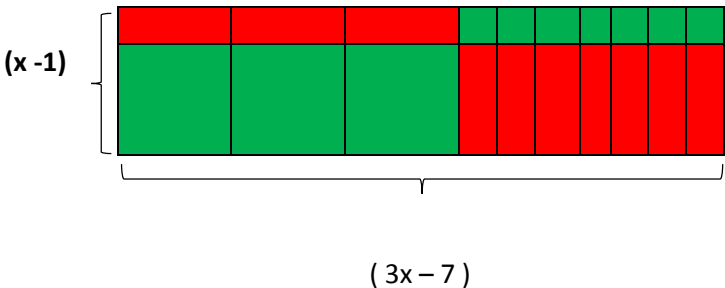
- Aplicar los procesos apropiados para la representación geométrica de un trinomio de la forma  $ax^2 + bx + c$ , para determinar sus raíces a través de material concreto y procesos algebraicos.

### IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

PROCESOS PEDAGÓGICOS	ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	RECURSOS
Motivación, desarrollo y evaluación permanentes de actitudes	<b>Prerrequisitos.</b> <b>1. Interpreta el producto notable:</b>  $(mx + n)(px + q) = mpx^2 + (mq + np)x + nq$ <b>Ejemplo: <math>(x + 2)(4x + 3) = 4x^2 + 11x + 6</math></b> <b>2. Aplica el producto notable anterior y escribe directamente el resultado.</b> <b>a) <math>(2m + 3)(4m - 5)</math></b> <b>b) <math>(8x - 1)(x + 6)</math></b> <b>c) <math>(y + 9)(7y - 2)</math></b>	-Hoja de carpeta - Esferográficos
	<b>Características:</b> - El primer término puede ser positivo o negativo y contiene una variable elevada a un exponente par. - El segundo término puede ser positivo o negativo y contiene la raíz cuadrada de la potencia del primer término. - Generalmente es un número positivo o negativo. <b>Representación geométrica con material concreto.</b> Para realizar la representación geométrica de este tipo de	- Caja de fichas algebraicas imantadas de estudiantes. - Pizarra acrílica. - Pizarra magnética



	<p>trinomios es necesario conocer el concepto de área de figuras planas, especialmente del rectángulo, donde el trinomio de la forma <math>ax^2 + bx + c</math>, representa el área del rectángulo y las dimensiones del rectángulo están representadas por los factores que resultan de la descomposición del trinomio.</p> <p><b>Actividad 1.</b></p> <p>El docente organizará grupos de tres estudiantes para el desarrollo de la sesión.</p> <p>Luego solicitará a los estudiantes que factoricen el trinomio <math>3x^2 - 10x + 7</math>, por lo tanto los estudiantes deberán en primera instancia buscar las fichas que representan a cada término de dicho polinomio, teniendo en cuenta el color de las fichas los cuales representan los signos positivos (verde) o negativo (rojo) de cada uno de los términos. Además deberán recordar las reglas básicas necesarias para agrupar las fichas; es decir en este caso colocaran de manera continua si el número es impar y de forma paralela cuando el coeficiente de <math>x^2</math> sea par, así:</p> <div data-bbox="507 1010 1157 1422" data-label="Diagram">  </div> <p>Para nuestro ejemplo necesitamos colocar de manera consecutiva tres fichas que representan a <math>x^2</math> y diagonal a esta se ubicaran las 7 unidades positivas según la disposición que se hizo con las fichas de <math>x^2</math>, así:</p> <div data-bbox="539 1691 1152 1843" data-label="Diagram">  </div> <p>Como segundo paso se ubicarán los términos de <math>x</math>, en nuestro caso tenemos 10 fichas rojas (negativas) y las ubicamos a la derecha y encima de <math>x^2</math>. Con lo que nos queda formado el rectángulo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Caja de fichas algebraicas imantadas del docente.</li> <li>- Marcador acrílico</li> <li>- Cuadernos de apuntes de los estudiantes</li> </ul>
--	---	---

		 <p>Una vez que se ha completado el rectángulo quedando bien agrupadas las fichas de manera correcta se procederá a determinar los lados o dimensiones que representan al área del rectángulo. En este caso la representación gráfica del polinomio <math>3x^2 - 10x + 7</math> es:</p>  <p>Por lo tanto la base y la altura del rectángulo de área <math>3x^2 - 10x + 7</math> son: <math>(3x - 7)(x - 1)</math>.</p> <p><b>Actividad 2.</b></p> <p>Solicite a los estudiantes que representen con material concreto los siguientes trinomios de la forma <math>ax^2 + bx + c</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>2x^2 + 7x + 6</math></li> <li><math>4x^2 + 8x + 3</math></li> <li><math>3x^2 + 10x + 3</math></li> <li><math>2x^2 + 5x + 2</math></li> </ol>	
	<p><b>CIERRE</b></p> <p>- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje</p>	<p>- ¿Qué tipo de figura se formó cuando se representaron los trinomios de la forma <math>ax^2 + bx + c</math>?</p> <p>- ¿Cuáles son las características básicas que nos permiten identificar cuando se trata de un trinomio de la forma <math>ax^2 + bx + c</math>? Utiliza un ejemplo para complementar tu respuesta.</p> <p>¿Qué dificultades tienes para resolver un trinomio de la forma <math>ax^2 + bx + c</math>?</p>	<p>Hojas de carpeta para aplicar la técnica del <b>PNI</b>, es decir lo positivo, lo negativo y lo interesante.</p>



## V. EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES	INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Razonamiento</li> <li>- Demostración</li> <li>- Conexiones</li> <li>- Representación</li> <li>- Comunicación de ideas matemáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica un trinomio de la forma: <math>ax^2 + bx + c</math>, analizando sus características básicas.</li> <li>• Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</li> <li>• Representa adecuadamente el área de un trinomio de la forma <math>ax^2 + bx + c</math>, con material concreto y determina sus dimensiones.</li> </ul>	Los estudiantes resuelven en equipos de tres la actividad denominada “ <b>DEMUESTRO MIS DESTREZAS N° 7</b> ”

## VI. ANEXOS



## DEMUESTRO MIS DESTREZAS MATEMÁTICAS N° 7

### Factorización de polinomios: Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Docente: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

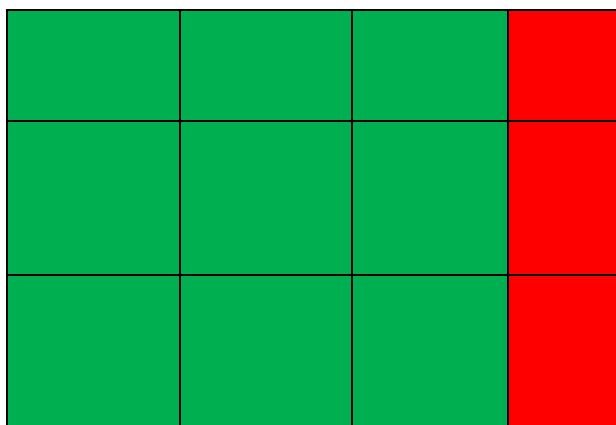
Curso de E.G.B.: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

Integrantes del Grupo: \_\_\_\_\_

1. Observa detenidamente las siguientes representaciones, debajo de cada grafico escriba las dimensiones del área que representa a cada trinomio dado, luego aplica el principio del cero y finalmente escriba el polinomio resultante.

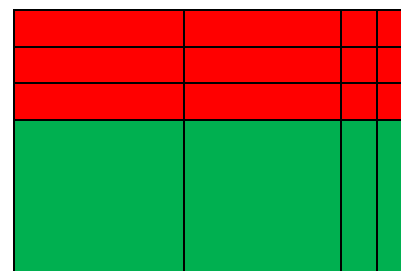
**Nota:** El área del cuadrado grande es " $x^2$ ", el área del cuadrado mediano es " $y^2$ " el área de las fichas rectangulares son  $x$ ,  $y$ ; el área del cuadrado pequeño es "1".

a)



Dimensiones: \_\_\_\_\_

Area: \_\_\_\_\_



b)

Dimensiones: \_\_\_\_\_

Area: \_\_\_\_\_



**2. Represente con material concreto cada uno de los siguientes polinomios y luego selecciona el área representada.**

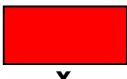





<p><b>I. <math>2x^2 - 5xy - 12y^2</math></b></p> <p>a) <math>(2x + 3)(4 - x)</math></p> <p>b) <math>(x - 4)(2x + 3)</math></p> <p>c) <math>(2x - 4)(x + 3)</math></p> <p>d) <math>(x - 3)(2x + 4)</math></p>	<p><b>Representación:</b></p>
<p><b>II. <math>3x^2 + 5x - 8</math></b></p> <p>a) <math>(x + 8)(3x - 1)</math></p> <p>b) <math>(x - 1)(3x - 8)</math></p> <p>c) <math>(x + 1)(3x + 8)</math></p> <p>d) <math>(3x + 8)(x - 1)</math></p>	<p><b>Representación:</b></p>
<p><b>III. <math>2x^2 + 9x + 9</math></b></p> <p>a) <math>(x + 3)(2x + 3)</math></p> <p>b) <math>(x - 2)(3x - 3)</math></p> <p>c) <math>(2x + 3)(x - 3)</math></p> <p>d) <math>(3x + 2)(x - 3)</math></p>	<p><b>Representación:</b></p>



#### 4.7. Resultados de la prueba final de aprendizaje (Pos-test).

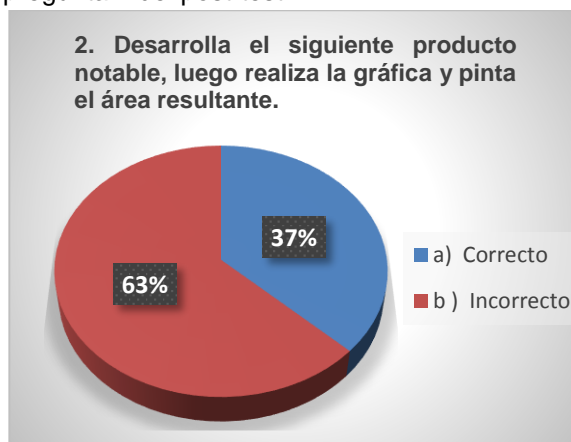
Un promedio de 20 (65,5%) estudiantes del grupo experimental frente a un promedio de 4 estudiantes del grupo de control respondieron de manera correcta la pregunta N°1 respecto al área de las distintas figuras de la **tabla 12**.

**Tabla 12.** Número de respuestas correctas de la pregunta 1 del post-test y sus respectivos porcentajes.

Pregunta N°1: Cálculo de Áreas.- Dados los siguientes paralelogramos (cuadrados o rectángulos), calcula el área de cada figura:	GRUPO DECONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
 -y x	1	4	26	84
y  y	9	33	22	71
 x	8	30	24	77
1  x	2	7	19	61
 -1 y	1	4	12	39
 -1 1	3	11	19	61
<b>PROMEDIOS</b>	<b>4</b>	<b>14,83</b>	<b>20</b>	<b>65,5</b>

Se aprecia que un 37% de estudiantes del grupo respondieron correctamente la pregunta 2, mientras que solamente un 10% de estudiantes del grupo experimental realizaron correctamente el desarrollo del producto de dos factores. **Gráficos 13 y 14.**

**Grafico 13.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 2 del post-test.



**Grafico 14.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 2 del post-test.



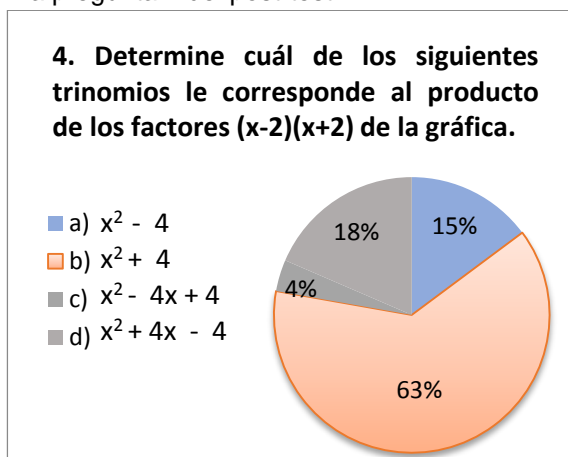
Al comparar ambos grupos se aprecia que 24 (77%) estudiantes del grupo experimental acertaron en la respuesta correcta a la pregunta N°3, siendo esta la del literal “d” que corresponde al área resultante del producto de los factores  $(x-y)(x-y)$ , sin embargo solamente 5 (19%) estudiantes del grupo de control lograron acertar con el literal “d” como respuesta correcta. **Tabla 13.**

**Tabla 13.** Número de respuestas correctas de la pregunta 3 del post-test y sus respectivos porcentajes.

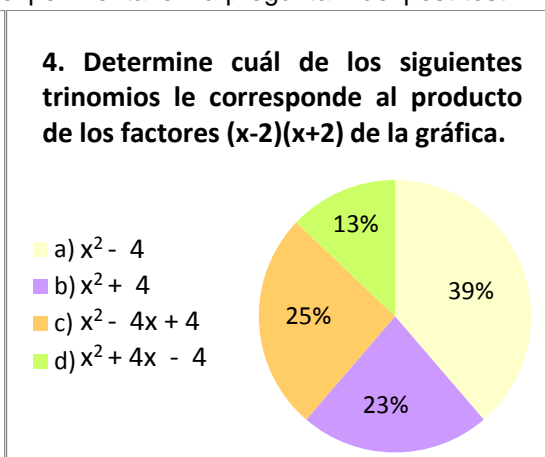
Pregunta N°3: Determina a cuál de los siguientes casos de factorización corresponde el producto de los factores $(x-y)(x-y)$ .	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) $x^2 + 4xy + y^2$	10	37	3	10
b) $x^2 - 4x + 4$	6	22	1	3
c) $x^2 + 4x - 4$	6	22	3	10
d) $x^2 - 2xy + y^2$	5	19	24	77
<b>Total</b>	27	100	31	100

En cuanto a la pregunta N°4, se evidencia que 12 (39%) estudiantes del grupo experimental acertaron en la respuesta: *literal “a”* que es el área resultante del producto de los factores  $(x-2)(x+2)$ , mientras 4 (15%) estudiantes del grupo de control lograron acertar con el literal “a” como respuesta correcta. **Gráficos 15 y 16.**

**Grafico 15.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 4 del post-test.



**Grafico 16.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 4 del post-test.



En la **tabla 13**, se evidencia que 15 (56%) estudiantes del grupo control respondieron de manera correcta la pregunta 5: literal “c” que son los factores  $(x - 6)$   $(x - 4)$  correspondientes a la base y la altura del rectángulo propuesto, mientras que del grupo experimental 13 (42%) estudiantes lograron acertar con el literal “c” como respuesta correcta.

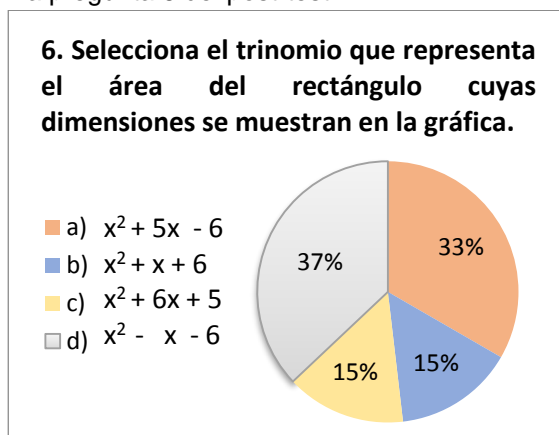
**Tabla 14.** Número de respuestas correctas de la pregunta 5 del post-test y sus respectivos porcentajes.

Pregunta N°5: Seleccione los factores que corresponden a la base y a la altura del siguiente rectángulo.	Grupo de control		Grupo experimental	
	n	%	n	%
a) $(x + 4)(x - 6)$	2	7	3	10
b) $(x - 4)(x + 6)$	6	22	10	32
<b>c) <math>(x - 6)(x - 4)</math></b>	<b>15</b>	<b>56</b>	<b>13</b>	<b>42</b>
d) $(x + 6)(x + 4)$	4	15	5	16
<b>Total</b>	<b>27</b>	<b>100</b>	<b>31</b>	<b>100</b>

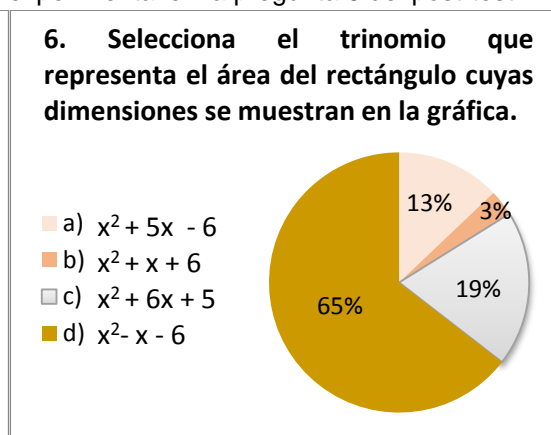
En cuanto a la pregunta 6, son 20 (65%) estudiantes del grupo experimental los que respondieron de manera correcta sobre el área que está representada por los factores, mientras que fueron 10 (37%) estudiantes del grupo control los que respondieron de forma acertada. **Gráficas 17 y 18.**



**Grafico 17.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 6 del post-test.



**Grafico 18.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 6 del post-test.



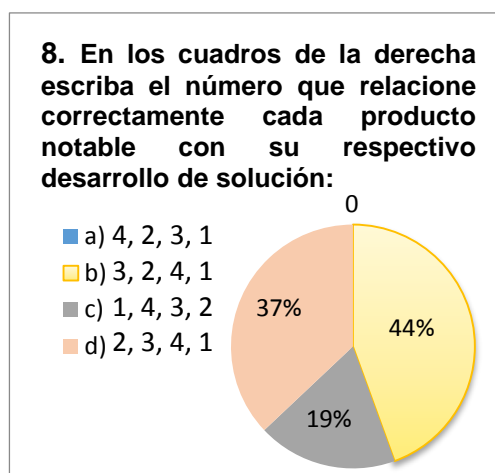
La pregunta N°7 presenta mayor cantidad de aciertos por parte de estudiantes del grupo control  $n = 22$  (81%) a diferencia del grupo experimental que tuvo  $n = 11$  (36%) aciertos. **Tabla 15.**

**Tabla 15.** Número de respuestas correctas de la pregunta 7 del post-test y sus respectivos porcentajes.

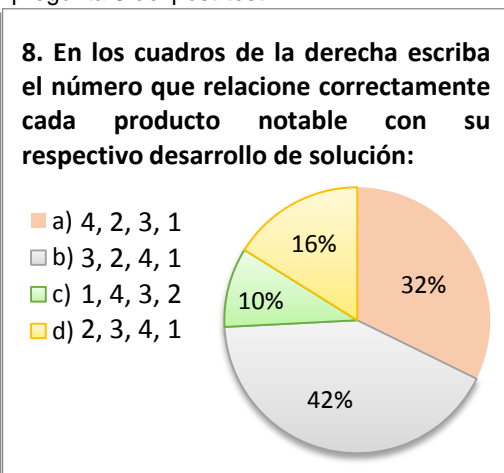
Pregunta N°7: Seleccione el área correspondiente al producto de los factores indicados en el siguiente rectángulo y luego píntelo con colores de las fichas rojas o verdes según corresponda a los signos.	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) $x^2 + 18x + 6$	5	19	9	29
<b>b) <math>x^2 + 3x - 18</math></b>	<b>22</b>	<b>81</b>	<b>11</b>	<b>36</b>
c) $x^2 + x - 18$	0	0	5	16
d) $x^2 - 3x + 6$	0	0	6	19
<b>Total</b>	<b>27</b>	<b>100</b>	<b>31</b>	<b>100</b>

Respecto a la pregunta 8, fueron 12 (44%) estudiantes del grupo de control y 13 (42%) estudiantes del grupo experimental los respondieron de manera satisfactoria relacionando cada producto notable con su respectivo desarrollo. **Gráficos 19 y 20.**

**Grafico 19.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 8 del post-test.



**Grafico 20.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 8 del post-test.



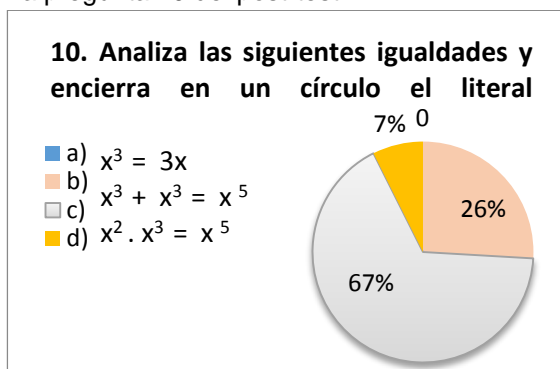
En la pregunta 9, los estudiantes del grupo de control y del grupo experimental lograron expresar correctamente del lenguaje común al lenguaje algebraico con una frecuencia de 23 (85%) y 21 (68%), respectivamente. **Tabla 16.**

**Tabla 16.** Número de respuestas correctas de la pregunta 9 del post-test y sus respectivos porcentajes.

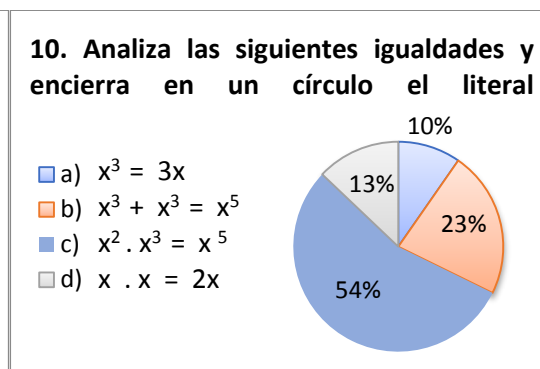
Pregunta N°9: Analiza la expresión escrita en lenguaje común y luego selecciona entre las opciones, la expresión correspondiente en lenguaje algebraico. Lenguaje común : El cuadrado de la suma de a y b.	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) $a^2 + b^2$	0	0	6	19
<b>b) <math>(a + b)^2</math></b>	<b>23</b>	<b>85</b>	<b>21</b>	<b>68</b>
c) $a^2 + b$	4	15	1	3
d) $(a^2 + b^2)^2$	0	0	3	10
<b>Total</b>	<b>27</b>	<b>100</b>	<b>31</b>	<b>100</b>

En la pregunta 10, son 18 (67%) estudiantes del grupo de control que la respondieron de manera correcta mientras que del grupo experimental fueron 17 (54%) estudiantes que acertaron, lo que demuestra que ambos grupos poseen dominio en la identificación y aplicación de las leyes de exponentes. **Gráficos 21 y 22.**

**Grafico 21.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 10 del post-test.



**Grafico 22.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 10 del post-test.



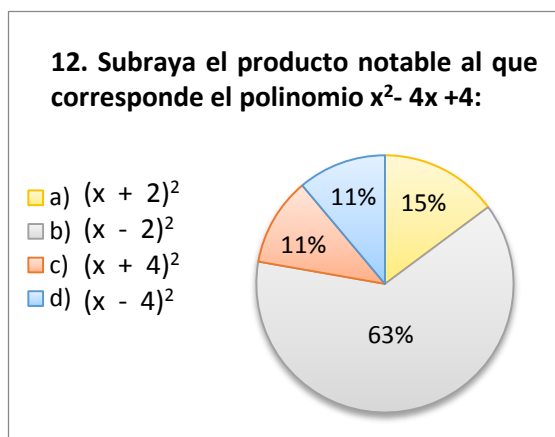
Son 15 (49%) estudiantes del grupo experimental que respondieron correctamente en la reducción de términos semejantes, mientras que del grupo de control fueron 13 (48%) estudiantes que lo hicieron de manera correcta. **Tabla 17.**

**Tabla 17.** Número de respuestas correctas e incorrectas de la pregunta 11 y sus respectivos porcentajes.

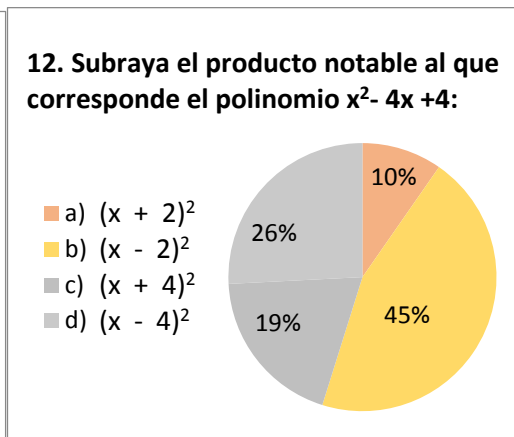
Pregunta N°11: Dado el polinomio: $8x^2 - 3x^2 + 2x - 5 - 6x^2 + 2x^2 - x - 14 - 4x^2 + 9x^2 + 3x + 1 - 5x^2 + 6$ . Reduce los términos semejantes, encierra el resultado correcto y luego factorízalo.	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) $x^2 + 4x - 12$	13	48	15	49
b) $x^2 + 2x - 10$	4	15	6	19
c) $x^2 - 3x - 13$	9	33	5	16
d) $x^2 + 3x - 11$	1	4	5	16
<b>Total</b>	27	100	31	100

En cuanto a la pregunta 12, fueron 14 (45%) estudiantes del grupo experimental los que respondieron de manera correcta esta pregunta relacionando productos notables con factorización, sin embargo fueron 17 (63%) estudiantes del grupo de control quienes respondieron correctamente. **Gráficos 23 y 24.**

**Grafico 23.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo control en la pregunta 12 del post-test.



**Grafico 24.** Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas del grupo experimental en la pregunta 12 del post-test.



Fueron 21 (77%) estudiantes del grupo de control los que respondieron correctamente la pregunta 13, mientras que solo 13 (42%) estudiantes del grupo experimental lo hicieron de manera correcta. **Tabla 18.**

**Tabla 18.** Número de respuestas correctas e incorrectas de la pregunta 13 y sus respectivos porcentajes.

Pregunta N° 13: En los cuadros de la derecha escriba el número que relacione correctamente cada caso de factorización con su respectivo ejemplo de la derecha.	GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	n	%	n	%
a) 1,2,3	1	4	4	13
<b>b) 3,2,1</b>	<b>21</b>	<b>77</b>	<b>13</b>	<b>42</b>
c) 2,3,1	4	15	12	39
d) 1,3,2	1	4	2	6
<b>Total</b>	<b>27</b>	<b>100</b>	<b>31</b>	<b>100</b>

#### 4.8. Resultados de la encuesta dirigida a estudiantes respecto al impacto de las estrategias metodológicas que incluyen el manejo de recursos didácticos manipulativos en el aprendizaje de factorización.

Se evidencia que en promedio 23 estudiantes manifestaron que los recursos didácticos manipulativos incorporados en la propuesta SI cumplen con cada una de las características planteadas, mientras que un promedio de 8 estudiantes manifiestan que NO cumplen con todas las características enumeradas. **Tabla 19.**

**Tabla 19. Pregunta 1:** Características de las fichas algebraicas imantadas.

INDICADORES	SI	NO
1. El recurso o material didáctico posee una forma adecuada.	26	5
2. Es pertinente el tamaño	15	16
3. Los colores son agradables para el nivel de estudio del estudiante.	28	3
4. La calidad del material didáctico contribuye a una adecuada manipulación por parte de los estudiantes.	28	3
5. Facilitan el aprendizaje de los contenidos.	23	8
6. El tipo de manipulativos es adecuado para el nivel académico de los estudiantes.	22	9
7. Son fáciles de manipular.	18	13
8. Favorecen la comprensión de conceptos.	18	13
9. Dinamizan el proceso de enseñanza aprendizaje.	24	7
10. El tipo de material permite desarrollar las destrezas con criterio de desempeño.	27	4
<b>PROMEDIOS</b>	<b>23</b>	<b>8</b>

**Pregunta 2.** Marque SI o NO en cuanto a las actividades pedagógicas planificadas por el docente para la enseñanza- aprendizaje significativo de factorización.

En promedio 22 estudiantes perciben que el docente SI planifica las actividades planteadas para la enseñanza – aprendizaje significativo de factorización, mientras que un promedio de 9 estudiantes manifiestan que NO lo hace. **Tabla 20.**

**Tabla 20.** Distribución de frecuencias de las actividades pedagógicas planificadas por el docente para la enseñanza- aprendizaje significativo de factorización.

INDICADORES	SI	NO
11. El uso adecuado del material contribuye al cumplimiento de los objetivos de la clase.	26	5
12. La Planificación de la clase incluye el manejo de recursos didácticos.	26	5
13. El docente demuestra el dominio de conceptos y procesos respecto al tema de factorización.	27	4
14. El docente demuestra destreza en la manipulación de las fichas algebraicas imantadas empleadas en la clase de matemáticas para el tema de factorización..	20	11
15. Es adecuado el número de estudiantes en cada grupo para el desarrollo de las clases que incorpora el uso de recursos didácticos manipulativos (fichas algebraicas).	15	16
16. Es adecuada la metodología instruccional dada por el docente para el uso del material.	24	7
17. Es suficiente el tiempo asignado para el desarrollo de ejercicios con los manipulativos durante la clase.	19	12
18. La organización de los grupos fue pertinente en el aula de clases.	22	9
<b>PROMEDIOS</b>	<b>22</b>	<b>9</b>

**Pregunta 3.** Marque SI, A VECES o NO de acuerdo a las actividades realizadas por los estudiantes durante el desarrollo de las clases de factorización con recursos didácticos manipulativos concretos.

En promedio 19 estudiantes manifestaron que SI se evidenciaron las actividades realizadas por los estudiantes durante el desarrollo de las clases de factorización que incorporaban el manejo de fichas algebraicas imantadas. **Tabla 21.**

**Tabla 21.** Distribución de frecuencias de las actividades que realizaron los estudiantes durante el desarrollo de la propuesta.

INDICADORES	SI	A	
		VECES	NO
19. Manipulan espontáneamente el material didáctico.	17	11	3
20. Identifican formas, colores y representaciones del material concreto.	22	3	6
21. Trabajan con autonomía en la clase.	21	1	9
22. Utilizan los recursos didácticos en momentos apropiados de la clase.	21	4	6
23. Se muestran entusiastas explorando el material didáctico.	19	3	9
24. Muestra predisposición para trabajar con el material didáctico.	24	1	6
25. Desean continuar hasta el final con las actividades propuestas por el docente.	16	5	10
26. Establecen distintas formas de resolución de ejercicios haciendo uso del material concreto.	15	9	7
27. Potencian su imaginación para idear alternativas que le ayudan a resolver significativamente los ejercicios planteados por el docente.	23	0	8
28. Desarrollan su creatividad a través de la composición y descomposición de figuras geométricas (cuadrados y rectángulos).	19	1	11
29. Proponen ejemplos prácticos y los resuelven haciendo uso del material concreto.	19	2	10
30. Aplican diversas estrategias para resolver problemas propuestos o no por el docente.	21	2	8
31. Se evidencian interacciones entre estudiantes diferentes equipos de trabajo con el material didáctico.	12	7	12
<b>PROMEDIOS</b>	<b>19</b>	<b>4</b>	<b>8</b>

**Pregunta 4.** ¿En qué porcentaje piensa que ha alcanzado las siguientes destrezas con criterio de desempeño después de la culminación de las sesiones que incorporaron el uso de manipulativos?

Un promedio de 11 estudiantes manifestaron haber alcanzado en un 100% las destrezas con criterios de desempeño propuestas en el desarrollo de las clases que

incluyeron el manejo de los recursos didácticos denominados “fichas algebraicas imantadas”, mientras que un promedio de 8 estudiantes perciben haber alcanzado un aprendizaje del 80% de las destrezas; por otra parte un promedio de 6 estudiantes indicaron haber asimilado en un 60% dichas destrezas. **Tabla 22.**

**Tabla 22.** Percepción de estudiantes sobre el nivel de destrezas alcanzadas en el desarrollo de la propuesta.

INDICADORES DE LOGRO	20%	40%	60%	80%	100%
32. Define el concepto de Factorización.	2	4	6	3	16
33. Identifica las características de cada uno de los casos de Factorización estudiados.	2	7	5	5	12
34. Identifica y genera ejemplos válidos y no válidos sobre cada caso.	2	2	12	11	4
35. Clasifica los casos según el número de términos.	3	3	5	12	8
36. Compara y contrasta características de cada caso.	4	2	6	6	13
37. Utiliza adecuadamente sus conocimientos matemáticos.	2	0	7	5	17
38. Desarrolla estructuras conceptuales comunes sobre el tema de factorización.	1	4	6	5	15
39. Resuelve diferentes ejercicios de factorización sin el uso de material concreto.	6	5	10	7	3
40. Resuelve diferentes ejercicios de factorización con el uso de material concreto.	2	2	6	7	14
41. Relaciona el lenguaje cotidiano con el lenguaje y los símbolos matemáticos.	0	7	2	7	15
42. Identifica los valores representados por cada una de las fichas algebraicas imantadas.	5	1	5	6	14
43. Modela situaciones usando métodos orales, escritos, concretos, pictóricos, gráficos y algebraicos.	2	3	12	8	6
44. Utiliza las destrezas de leer, escuchar y visualizar para interpretar y evaluar ideas sobre el tema de factorización.	3	1	8	11	8
45. Aprecia el valor de la notación algebraica y el papel que cumple en el desarrollo de ideas matemáticas.	0	3	7	10	11
46. Aprecia el valor de la notación algebraica y el papel que cumple en el desarrollo de ideas matemáticas.	1	4	4	12	10
47. Usa modelos, hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar sus ideas sobre el tema.	6	2	8	6	9
48. Justifica sus respuestas y procesos de solución de los diversos casos de factorización haciendo uso del material concreto.	0	1	8	12	10
49. Usa conceptos y conexiones para analizar situaciones matemáticas reales.	2	5	5	6	13
50. Reconoce y utiliza el razonamiento inductivo para reconocer patrones y formular conjeturas.	4	2	7	14	4
51. Elabora y evalúa conjeturas y argumentaciones sobre los métodos de solución de los casos.	1	2	9	8	11
52. Analiza situaciones para hallar propiedades y características comunes entre los casos de factorización.	0	2	2	14	13
53. Formula problemas a partir de situaciones	2	3	6	8	12

cotidianas y matemáticas.					
54. Desarrolla y aplica estrategias para resolver ejercicios de manera práctica.	7	2	6	6	10
55. Verifica e interpreta resultados en relación a los problemas originales.	5	3	7	9	7
56. Evalúa la validez de resultados de problemas con sus compañeros.	3	4	9	6	9
57. Usa enfoques de resolución de problemas para investigar y entender contenidos matemáticos.	6	4	3	8	10
58. Reconoce y formula problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las clases de matemáticas.	3	2	10	5	11
59. Relaciona diferentes representaciones de conceptos o procedimientos entre sí.	7	2	4	10	8
60. Utiliza la solución de un caso para comprender la solución de casos similares.	6	2	1	6	16
61. Utiliza los conocimientos de factorización en representaciones geométricas.	7	2	5	4	13
62. Usa los conocimientos adquiridos en la vida diaria.	7	3	4	8	9
63. Confía en sus conocimientos de factorización y en la matemática para resolver ejercicios, comunicar ideas y razonar.	8	5	3	8	7
64. Reflexiona sobre su pensamiento y actuación en la clase de matemáticas.	4	4	4	8	11
65. Valora la aplicación de sus conocimientos a situaciones surgidas en otras asignaturas y en la experiencia diaria.	6	4	3	7	11
66. Valora la matemática como herramienta y como lenguaje.	3	3	8	6	11
<b>PROMEDIOS</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>11</b>

El cuadro 5 muestra un análisis comparativos del número de respuestas de cada una de las 13 preguntas tanto del pre-test como del post-test, considerando a la pregunta 1 de manera desglosada por contener 6 ítems relacionado con conocimientos conceptuales, que es precisamente donde el grupo intervenido tuvo mayor número de respuestas correctas. además porque son los aspectos para los cuales está destinado el uso de material concreto. Los promedios obtenidos de esta manera permitieron destacar que el grupo experimental mejoró principalmente en las preguntas concernientes a la comprensión de conceptos que involucran relación entre productos notables y área de rectángulos, incrementando su promedio de 38,55% hasta el 53,47%; mientras que el grupo control en estos aspectos tuvo menor promedio y tan solo incrementó su promedio desde 39.05% a 39,88% . En el cuadro se muestra el nivel alcanzado por los estudiantes de ambos grupos, se destaca que los estudiantes del grupo experimental superaron a los de



control en aquellas preguntas concernientes a lo conceptual, comprensión de contenidos, relación de áreas de rectángulos., no así en las preguntas de resolución de problemas y aplicación de algoritmos. Sin embargo se aprecia que los grupos son más o menos homogéneos y que a pesar del trabajo desarrollado presentan un bajo nivel de conocimientos.

**Cuadro 5.** Resumen de las respuestas correctas de las pruebas pre test y pos test de los grupos de control y experimental.

Pre-test					Post-test				Nivel Taxonómico
N° de Pregunta	Grupo control		Grupo experimental		Grupo control		Grupo experimental		
	n	%	n	%	n	%	n	%	
1	17	62,96	22	70,97	1	3,70	26	83,87	Comprensión de conceptos
	6	22,22	14	45,16	9	33,33	22	70,97	
	18	66,67	20	64,52	8	29,63	24	77,42	
	6	22,22	6	19,35	2	7,41	19	61,29	
	8	29,63	3	9,68	1	3,70	12	38,71	
	13	48,15	10	32,26	3	11,11	19	61,29	
2	8	30,00	11	36,00	10	37,00	3	10,00	Aplicación de algoritmos
3	5	19,00	7	23,00	5	19,00	24	77,00	Aplicación de algoritmos
4	7	26,00	5	16,00	4	15,00	12	39,00	Conocimiento y aplicación
5	13	48,00	14	45,00	15	56,00	13	42,00	Aplicación de algoritmos
6	9	33,00	10	32,00	10	37,00	20	65,00	Comprensión de conceptos
7	16	59,00	11	36,00	22	81,00	11	36,00	Aplicación en la resolución de problemas
8	13	48,00	15	48,00	12	44,00	13	42,00	Aplicación de algoritmos
9	12	44,00	15	48,00	23	85,00	21	68,00	Aplicación de algoritmos
10	13	48,00	14	45,00	18	67,00	17	54,00	Aplicación de algoritmos
11	6	22,00	14	45,00	13	48,00	15	49,00	
12	10	37,00	12	39,00	17	63,00	14	45,00	Aplicación en la resolución de problemas
13	10	37,00	12	39,00	21	77,00	13	42,00	Aplicación de algoritmos
	10,56	39,05	11,94	38,55	10,78	39,88	15,1	53,47	

En la tabla 23, se muestran los resultados de los aciertos o respuestas correctas de los estudiantes de décimo año de educación básica del colegio de bachillerato Dr. Modesto Chávez Franco del cantón Santa Rosa provincia de El Oro, luego de aplicación de las evaluaciones pre-test y post-test, donde se destaca que 19 de los 31 estudiantes del grupo experimental, es decir el 61,29% incrementaron el número

de aciertos de manera individual, mientras que 4 estudiantes, es decir un 12,90 % se mantuvieron con la misma cantidad de aciertos y los 8 restantes que constituyen el 25,81% disminuyeron la cantidad de respuestas correctas. En un análisis más general nos muestra que todo el grupo experimental paso del 36% al 47%, es decir un incremento del 11% en el número de respuestas correctas.

**Tabla 23.** Número de respuestas correctas obtenidas por cada estudiante del grupo experimental en las evaluaciones pre-test y post-test.

N° Estudiante	Total				N° Estudiante	Total			
	respuestas correctas					respuestas correctas			
	Pre-test		Post- test			n		n	
	n	n	%	%		n	n	%	%
1	6	9	46%	69%	16	4	8	31%	62%
2	3	9	23%	69%	17	4	4	31%	31%
3	2	4	15%	31%	18	5	8	38%	62%
4	4	8	31%	62%	19	9	2	69%	15%
5	4	5	31%	38%	20	3	5	23%	38%
6	5	6	38%	46%	21	5	3	38%	23%
7	3	9	23%	69%	22	7	5	54%	38%
8	6	10	46%	77%	23	7	5	54%	38%
9	7	8	54%	62%	24	7	6	54%	46%
10	4	7	31%	54%	25	6	6	46%	46%
11	3	0	23%	0%	26	1	8	8%	62%
12	3	9	23%	69%	27	3	3	23%	23%
13	3	10	23%	77%	28	1	7	8%	54%
14	5	6	38%	46%	29	5	5	38%	38%
15	11	6	85%	46%	30	3	6	23%	46%
					31	7	4	54%	31%
Total								36%	47%



## DISCUSIÓN

En respuesta a la primera pregunta de investigación, la encuesta sobre estrategias metodológicas aplicada a los estudiantes evidenció que el docente de la asignatura de matemáticas del nivel educativo en estudio, utiliza con mayor frecuencia estrategias pre-instruccionales según Orellana (2008), “son estrategias para preparar y alertar al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender, a la activación de conocimientos y experiencias previas, le permiten ubicarse en el contexto”. En segundo lugar el docente utiliza con menor frecuencia las estrategias co-instruccionales que según Díaz y Hernández (2007), “éstas realizan funciones como, detección de la información principal, conceptualización de los contenidos, delimitación de la organización, estructuración e interrelaciones entre dichos contenidos, mantenimiento de la atención y motivación durante la clase”. Manifiestan además que el docente acostumbra emplear estrategias post-instruccionales que desempeñan un papel importantísimo como verificación del aprendizaje de nuevos conocimientos.

El material didáctico manipulativo tuvo gran aceptación por parte de los estudiantes quienes trabajaron en grupos de tres estudiantes, manifestaron que las clases eran muy divertidas y que el material era de fácil manejo, y esto permitió que los estudiantes logaran el anclaje del conocimiento relacionando los productos notables con los casos de factorización de polinomios, a diferencia de los estudiantes del grupo control que no los usaron, simplemente resolvieron las actividades sin aplicar conceptos geométricos.

El uso didáctico del material manipulable denominado fichas algebraicas imantadas, como estrategia metodológica permitió transcender de un conocimiento concreto (representación geométrica) a un conocimiento abstracto (representación algebraica). Si bien en el rendimiento, que es el resultado a corto plazo, no se obtuvieron los resultados esperados, los beneficios a largo plazo son importantes por ejemplo: la motivación, el interés, un aprendizaje más sólido que brinda bases para los siguientes conocimientos. Sin olvidar que estos procesos implican su



evaluación constante en un tiempo que debe ser más amplio con la finalidad de obtener resultados cuantitativos más representativos. Sin embargo evaluar el aprendizaje significativo de los estudiantes implica considerar determinados aspectos y no solamente una calificación.

*Según Ausubel (1976), citado por Rodríguez (2004), Para que se produzca aprendizaje significativo han de darse dos condiciones fundamentales:*

- *Actitud potencialmente significativa de aprendizaje por parte del aprendiz, o sea, predisposición para aprender de manera significativa.*
- *Presentación de un material potencialmente significativo. Por una parte, se requiere que el material tenga significado lógico, esto es, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustantiva; Y, por otra, que existan ideas de anclaje o subsumidores adecuados en el sujeto que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta.*

En tal virtud en la presente investigación a pesar de que los estudiantes no reflejaron un cambio cuantitativo favorable sino que, los grupos mostraron un rendimiento similar tanto al inicio como al final de la investigación. Sin embargo la actitud de los dos grupos no fue la misma, puesto que, la mayoría de los estudiantes del grupo experimental se mostraron muy motivados durante en el desarrollo de todas las sesiones de aprendizaje, las cuales involucraron el manejo didáctico de fichas algebraicas imantadas en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de factorización, del mismo modo realizaron todas las actividades con entusiasmo y predisposición a diferencia de los estudiantes del grupo control.



## CONCLUSIONES

Luego del análisis teórico y del trabajo de campo se han podido establecer las siguientes conclusiones, que constituyen una serie de acercamientos al problema de la enseñanza de la factorización y que pueden favorecer procesos de aprendizaje significativo en los estudiantes, y que se resumen así:

1. Las estrategias metodológicas de enseñanza más frecuentemente utilizadas por el docente, según los resultados de la encuesta aplicada a los estudiantes son las pre-instruccionales y co-instruccionales; entre las estrategias preinstruccionales utilizadas con mayor frecuencia se tiene: revisión de tareas, resolución de actividades del libro del Ministerio de educación; mientras que entre las estrategias co-instruccionales más frecuentes están: explicar un concepto o tema utilizando el pizarrón, mediante ejemplos, demostraciones, el docente lleva registro de tareas presentadas, participación y atención constante a la clase por parte de los estudiantes. Por otra parte según los estudiantes el docente no acostumbra a emplear las estrategias pos –instruccionales, siendo estas muy necesarias para la consolidación de los aprendizajes, de las cuales las menos empleadas son: enlazar temas con situaciones de la vida real, hacer diarios de clase.
2. Es importante destacar que los docentes deben tener en cuenta la aplicación de las diversas estrategias metodológicas, puesto que todos los estudiantes no aprenden de la misma forma, por lo tanto el docente debe considerar los diferentes estilos de aprendizaje de sus estudiantes al momento de elegir las estrategias más convenientes en la planificación de sus clases, especialmente en el área de matemática.
3. El pre-test aplicado a los estudiantes al inicio de la investigación permitió establecer el nivel de conocimientos básicos y los procesos algorítmicos referentes a: áreas de figuras planas, reducción de términos semejantes, productos notables, que son prerrequisitos fundamentales para el abordaje de los casos de factorización, según la tabla 23 ;los resultados obtenidos



demonstraron que el grupo control obtuvo un 39,05% frente a un 38,55% de aciertos del grupo experimental de las 13 preguntas planteadas en la evaluación, situando a los dos grupos en un nivel similar aunque no satisfactorio. Las preguntas en las que presentaron mayor dificultad los estudiantes del grupo de control están relacionadas con aspectos cognitivos, de comprensión de conceptos respecto al área de figuras geométricas, mientras que en las situaciones que requerían aplicación de algoritmos tuvieron un mejor desempeño.

4. Para cumplir con el tercer objetivo específico, a partir de los resultados obtenidos del pre-test aplicado a los dos grupos de estudiantes, se procedió al diseño de una guía didáctica que incorpore recursos didácticos manipulativos concretos en el proceso de enseñanza- aprendizaje de los conceptos y algoritmos relacionados con la factorización de expresiones algebraicas en los estudiantes de los décimos años de Educación General Básica del colegio Dr. Modesto Chávez Franco. En vista de que los resultados indicaron que los estudiantes poseían un nivel insuficiente de prerrequisitos, la guía debió proponerse para un nivel elemental para tratar de cubrir algunos conocimientos previos que fundamentan el aprendizaje significativo, puestos son estos conocimientos que se asocian a los nuevos para lograr una significación lógica a los que se está aprendiendo. La guía constó de 7 sesiones de aprendizaje desarrolladas en tres etapas: inicio, desarrollo y cierre; cada sesión contó con evaluaciones formativas y además de una evaluación denominada “DEMUESTRO MIS DESTREZAS MATEMÁTICAS” , la misma que se podía resolver haciendo uso de las fichas imantadas.
5. Los temas desarrollados en las sesiones de aprendizaje de la guía didáctica, fueron planificadas debido a la necesidad de contar con recursos didácticos manipulativos que permitan al estudiante pasar de lo concreto a lo abstracto, la utilización de dichos recursos favoreció la participación activa de los estudiantes en el abordaje del tema de factorización en la asignatura de matemáticas; de este modo el docente propone actividades y materiales lo más significativo posible para ellos.



6. La implementación de la guía favoreció el desarrollo de las diferentes sesiones de aprendizaje permitiendo que los estudiantes pudieran aprender de una forma más dinámica, activa y divertida, manipulando el material concreto, organizándolo y atreviéndose a buscar, crear y encontrar nuevos caminos, nuevas soluciones y contrastando su nivel cognitivo. Además; fue fundamental el rol del docente en este proceso de construcción e interacción dinámica con el estudiante, con la finalidad de que ellos logren un aprendizaje significativo, conceptual y no únicamente algorítmico, perdurable en el tiempo y útil para su desarrollo, el desarrollo socio afectivo, el cual incluye los procesos de actualización del conocimiento del entorno y de sí mismo, que permiten la significación y reconocimiento de conductas afectivas en el propio sujeto y en los demás, con el fin de alcanzar una mejor adaptación en el medio.
7. Incorporar material manipulativo en el aprendizaje de factoreo, permitió mejorar del 38,55 % al 53,47%, es decir en un 14,92 % el desempeño académico de los estudiantes del grupo intervenido, quienes tuvieron una mayor participación en el proceso de su aprendizaje, entendiendo e interpretando con mayor claridad los objetivos propuestos en la enseñanza de cada tema, del mismo modo permitió una adecuada toma de decisiones al momento de enfrentar dificultades, evaluar posibilidades y limitaciones en el proceso de construcción del conocimiento. Si bien los estudiantes del grupo de control también mejoraron su desempeño de 39,05% al 39,88%, es decir en un 0,83 %; lo hicieron manera más mecánica, memorística, sin motivación.
8. Al realizar un análisis individual respecto al número total de respuestas obtenidas por cada estudiante del grupo experimental se evidenció según la tabla 24 que los estudiantes del grupo experimental después de la implementación de la propuesta alcanzaron un promedio de 47% mientras que los del grupo control fue de 48%, siendo ambos resultados poco satisfactorios. Debido al bajo nivel de conocimientos que poseían los estudiantes al inicio de la investigación.



9. La enseñanza - aprendizaje de factorización a través del uso adecuado de material concreto, en nuestro caso de las fichas algebraicas imantadas implicó que el docente no sea tan solo un transmisor de información y que los estudiantes adquieran algoritmos matemáticos, sino un mediador del conocimiento de manera que el estudiante adquiere además de los algoritmos matemáticos la conceptualización matemática que es más perdurable y esto de forma no habitual, dinámica y entretenida. Esta propuesta de actividades didácticas involucró el manejo adecuado de las fichas algebraicas imantadas se centró en la idea de que la enseñanza no puede reducirse a la manera expositiva de contenidos si no que los estudiantes tienen que poder apropiarse del tema de una manera significativa.
10. Los estudiantes evaluaron la experiencia como: positiva e interesante; expresaron que anteriormente no habían recibido clases con este tipo de materiales, manifestaron que las actividades desarrolladas les permitieron apropiarse de manera: más fácil, más divertida, dinámica e interactiva y que además les gusto participar activamente y con seguridad, frente a sus compañeros en la pizarra, con las fichas del docente que eran del doble del área de las fichas de los estudiantes. Por otro lado señalaron que las clases tenían un sentido más lógico a los procesos y que se podían dar cuenta de las relaciones existentes entre los diferentes subtemas.
11. Al evaluar la propuesta es importante señalar que el rendimiento depende de diversos factores y que eso ha influenciado de tal forma que la sola aplicación de un recurso tuvo un impacto favorable leve, pero que eso no anula el valor de incorporar recursos en el proceso de aprendizaje. Los resultados cuantitativos demostraron que los dos grupos de estudiantes poseen un nivel de conocimiento muy homogéneo al inicio y al final de la intervención. Sin embargo los estudiantes del grupo experimental se mostraron muy motivados y predispuestos al desarrollo de todas las actividades encomendadas por el docente durante las sesiones de aprendizaje. Respondían a las preguntas de manera más razonada, manipulando el material concreto demostrando un mejor dominio de conceptos geométricos, lo que favoreció su desempeño. Sin





embargo existieron determinados factores que limitaron la intensidad del impacto de la investigación, entre los que se podrían citar: el nivel de predisposición del docente en el momento de la capacitación, puesto que de él dependía el desarrollo de la propuesta con los estudiantes; el periodo de aplicación fue demasiado corto, al tratarse de una estrategia inusual, requiere mayor tiempo de adaptación.

## RECOMENDACIONES

1. Se recomienda incrementar el tiempo de aplicación de cada sesión de aprendizaje, ya que no fue el más pertinente, en vista de que los estudiantes requerían un mayor tiempo para el dominio del material manipulativo.
2. Se recomienda trabajar en parejas, puesto que en la presente investigación se lo hizo en grupos de tres personas, un aspecto negativo fue que una de ellas se distraía más fácilmente, para ello se debe contar con la cantidad suficiente de kits con las fichas algebraicas imantadas.
3. Se requiere que el docente sea asesorado adecuadamente, para que se encuentre bien motivado y sobre todo preparado para llevar a cabo el desarrollo de las estrategias metodológicas que se proponen. De él depende que los estudiantes se motiven a aprender y adaptarse a la nueva metodología del docente.
4. Es conveniente que se realicen más estudios relacionados con estos recursos manipulativos, ya que uno de los resultados encontrados en esta investigación fue la motivación que los estudiantes encontraron en el desarrollo de los temas tratados, pero el incremento en el rendimiento fue mínimo en comparación con el grupo control.
5. Proponer nuevas formas de evaluación con el manejo y utilización de estos recursos, que implique un seguimiento completo del proceso de aprendizaje, es decir evaluación diagnóstica, formativa y sumativa de los aprendizajes. Esto permitirá verificar si realmente existen cambios en los procesos de aprendizaje de los estudiantes al trabajar con recursos manipulativos en estas temáticas.
6. Ampliar la investigación sobre estrategias metodológicas que permitan pasar de una etapa concreta a la etapa abstracta, para favorecer el abordaje de otros temas de la matemática como por ejemplo, ecuaciones de primer grado, sistemas de ecuaciones, etc. Esto permitirá que los temas no carezcan de significado e importancia, especialmente para los estudiantes que aún no se encuentran preparados para afrontar esta etapa del aprendizaje, ya que los estudiantes de esta investigación no estaban acostumbrados a emplear material



concreto, este aspecto posiblemente influyó de alguna manera durante la implementación de la propuesta; esto a su vez pudo haber entorpecido el proceso de transición de la etapa concreta a la abstracta, reflejándose en el rendimiento

7. Implementar diferentes estrategias metodológicas pre-instruccionales, co-instruccionales y pos-instruccionales con la finalidad de favorecer la comprensión de los contenidos y sobre todo la construcción de saberes, apoyándose de recursos y materiales didácticos que motiven y despierten el interés de los estudiantes para que puedan aplicar en la vida cotidiana los conocimientos adquiridos en el aula.
8. Finalmente se recomienda que estudios de este tipo se completen con otro tipo de estudio longitudinal, con el propósito de hacer un seguimiento del rendimiento del grupo intervenido de manera que se logren medir los resultados a largo plazo.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abolio, S. (2007). La tarea docente. Argentina: Editorial biblioteca del docente.
- Acosta, S y Acosta, R. (2010). Los mapas conceptuales y su efecto en el aprendizaje de conocimiento biológico. Revista Omnia. Año 16, No 2, Volumen 16, Venezuela. Universidad del Zulia, pp. 209-225.
- Aguilar, R. (2004). *La guía didáctica un material educativo para promover el aprendizaje autónomo*. Evaluación y mejoramiento de su calidad en la Modalidad Abierta y a Distancia de la UTPL. RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, volumen 7, N° 1 y 2, pp. 179-192. Recuperado en: <http://ried.utpl.edu.ec/es/guia-didactica-autonomo>
- Ajinovich, R. (2004). "Currículum y selección de contenidos", en: Posgrado en Constructivismo y Educación. Buenos aires: FLACSO-Argentina y UAM.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M<sup>a</sup>. (1988). Materiales para construir la geometría. Editorial Síntesis S.A.
- Alsina, A., Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva: propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.
- Área, M. (2010). Materiales y recursos didácticos en contextos comunitarios. Ed: Grao.
- Ausubel, D., (1976) Psicología educativa: Una visión cognitiva, Ed. Trillas, México.p.57
- Barleta Mario (2008). La formación Docente. España. Ediciones de la Universidad Nacional del Litoral.
- Bartolini, M., & Mariotti, M. (2010). Mediación semiótica en el aula de matemáticas. En Perry, P. (Traduc.). Handbook of international research in mathematics



education (segunda edición revisada, pp. 746-783). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. (Trabajo original publicado en 2008).

Benedicto, A. (2007). Introducción a la didáctica. Fundamentación teórica y diseño curricular. España: Editorial Barcanova

Bosse, Michael. (2000) Extemporaneous problem development: Quadratic Functions. En: The Mathematics Teacher. Vol. 93.Nº 3 (March, 2000), p. 43.

Cascallana, M. T. (1988). Iniciación de la Matemática. Materiales y recursos didácticos. Madrid, Santillana.

Ceballos, O. Enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, dirigido a estudiantes de primer semestre del programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío Tesis (Maestría en Educación. Docencia). Universidad de Manizales. Facultad de Ciencias Sociales y Humanas, 2005. p. 23,24. Consultado el 15 de abril del 2014. Recuperado de:

[http://ridum.umanizales.edu.co:8080/jspui/bitstream/6789/594/3/Ceballos\\_Rinc%C3%B3n\\_Olga\\_In%C3%A9s\\_2005.pdf](http://ridum.umanizales.edu.co:8080/jspui/bitstream/6789/594/3/Ceballos_Rinc%C3%B3n_Olga_In%C3%A9s_2005.pdf)

Coll, S. C. (1997): "Aprendizaje Escolar y Construcción del Conocimiento". Cuarta edición. Paidós educador, Barcelona.

Corbalán, (1994). Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato. Madrid, Síntesis.

Coriat, M. (1997) Materiales, Recursos y Actividades: Un panorama. En Luis Rico (Ed.), La educación matemática en la enseñanza secundaria. Barcelona, Horsori. p. 155-178.

Cuestionario para Maestras y Maestros –métodos de enseñanza. Consultado 20 de octubre del 2015. Recuperado de:



[http://www2.sepbf.gob.mx/eqidad/comunidad\\_escolar/directivos/planeacion/curriculum/cuestionario\\_maestros.pdf](http://www2.sepbf.gob.mx/eqidad/comunidad_escolar/directivos/planeacion/curriculum/cuestionario_maestros.pdf)

Cruz, J. Material didáctico para la enseñanza de Factorización en los décimos años de Educación Básica del Colegio Nacional “San Pablo”, de la parroquia San Pablo del Lago, cantón Otavalo, provincia Imbabura, en el periodo lectivo 2010-2011 (Tesis de Diploma Superior) Ibarra. p. 15-17. Recuperado de:

<http://repositorio.utn.edu.ec/bitstream/123456789/1174/2/PG%20267%20TESIS%20javier%20cruz.pdf>

D'Amore B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. Uno. Barcelona, España. 35, 90-106. Recuperado en:

<http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/479%20Conceptualisacion.pdf>

Díaz, Barriga (1998): Didáctica y Currículum. Buenos Aires: Aique.

Díaz, Frida y Hernández, Gerardo (2007). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Una interpretación Constructivista. Venezuela. Editorial MC Graw Hill. pp. 141,175.

Dienes, Z. (1972). Lógica y juegos lógicos, Barcelona: Traide.

Duval, Raymond (1999). Semiosis y pensamiento humano. Traducción al español por Myriam. Vega, realizada en la Universidad del Valle, Colombia, del original francés del mismo título publicado por P. Lang, Suiza en 1995.

Flores, P., Lupiáñez, J. y Marín, A. (2010). Materiales y recursos en el aula de matemáticas de secundaria y bachillerato. Universidad de Granada. ThalesCica 2007. Sin editar.



- González Marí, J.L. (2010) Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos: consideraciones generales. Revista UMA, Didáctica de la Matemática. En: <http://www.kindsein.com/es/2/80/147/>
- González, Nelly, (2014). Una forma de aprender expresiones algebraicas manejando conceptos de áreas. . pág. 1259. Consultado febrero del 2015 en: <http://funes.uniandes.edu.co/5922/1/GonzalesUnaformaALME2014.pdf>
- Grupo Azarquiél. (1993). Ideas y actividades para enseñar álgebra. Madrid: Editorial síntesis. Madrid. 200 - 2001. p. 137,200.
- Jiménez, S., Guantiva, D., Sánchez, D. (2011). Taller: uso de las Tablet Algebraicas como alternativa de enseñanza del proceso de factorización. Memorias 12º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, (2), 574-584.
- Jiménez, D., y Márquez, Y. (2009). *El juego como recurso didáctico para reforzar métodos de factorización en el octavo grado.(tesis pregrado)*. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. Consultado en abril del 2015 en: <http://repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7147/2/130046.pdf>
- Meeks, Roebuck A formula for factoring. En: The Mathematics Teachers. Vol. 90 N° 3, (Mar 1997), p. 206.
- Mejía, M. (2004). *Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas Cuadráticas (tesis de pregrado)*. Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia. p.7,12. Consultado en abril 2015 en: <http://funes.uniandes.edu.co/1761/1/TesisCompletaMar%C3%ADaFernandaMej%C3%ADaPalomino.pdf>



Méndez, T. Dificultades en la práctica de la factorización y productos notables. 2001. P.108. Tesis (Magister en Enseñanza de las Ciencias mención Didáctica de la matemática) – Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, 2001.

Ministerio de Educación del Ecuador. Actualización y Fortalecimiento de la Reforma Curricular de octavo a décimo años de Educación General Básica, Área de Matemática. Octubre de 2010, Quito, Ecuador, p.15.

Ministerio de Educación del Ecuador. Estándares de calidad educativa. Consultado en febrero del 2015 en:

[http://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/03/estandares\\_2012.pdf](http://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/03/estandares_2012.pdf)

Morales, I., Sepúlveda, A. (2006). Propuesta para la enseñanza de la factorización en el curso de álgebra. En: Memorias 3 XIV Encuentro de Profesores de Matemáticas.

Orellana, Arturo (2008). Estrategias en Educación. Venezuela. Ediciones Mc. Graw Hill.

Orton, A. (1988). Didáctica de las matemáticas. Cuestiones, teoría y práctica en aula. Madrid. Ediciones Morata.

Pérez, (2004). p.44. citado por Guagchinga Chicaiza (2012). Recuperado en: <http://repositorio.utc.edu.ec/bitstream/27000/1233/1/T-UTC-2031.pdf>

Rodríguez Palmero, M. L. (2004). Concept Maps: Theory, Methodology, Technology Proc. of the First Int. Conference on Concept Mapping Pamplona, Spain. Centro de Educación a Distancia (C.E.A.D.). C/ Pedro Suárez Hdez, s/n. C.P. nº 38009 Santa Cruz de Tenerife. p,2 -3. Consultado 03 junio 2016. Recuperado en: <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>

Sánchez Pesquero, C. y Casas García, L. M. (1998). Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en matemáticas. p. 301. Madrid: Centro de Investigación y Documentación Educativa.





Serrano Mercy. , Ávila Martha (2015). P. 50. Uso de material didáctico para desarrollar el razonamiento matemático con los estudiantes del cuarto año de educación básica. Propuesta: Guía didáctica para el uso del material didáctico y el medio. Tesis (Licenciatura en ciencias de la Educación primaria). Universidad de Guayaquil. 2015.

Solé, Isabel (2008). Estrategias de Enseñanza. Madrid. Editorial Grao.

Vélez, Gema, Vera F. El uso de marionetas y su incidencia en el desarrollo de las destrezas de listening y speaking del idioma inglés en los niños y niñas del quinto año básico de la escuela Dr. César delgado Aray en el segundo quimestre del periodo lectivo 2012 – 2013. Tesis Universidad Laica “Eloy Alfaro De Manabí”, Ecuador ,2014.



# ANEXOS

**ANEXO 1:** Autorización para el desarrollo de la propuesta en la institución educativa.**COLEGIO DE BACHILLERATO  
"DR. MODESTO CHÁVEZ FRANCO"**[colchavezfranco@hotmail.com](mailto:colchavezfranco@hotmail.com)

Santa Rosa – El Oro – Ecuador

Telf. 2943-375

Oficio N° 3089-194-CBMCHF  
Santa Rosa, a 15 de Diciembre del 2015

Magister  
Neli Gonzales Prado  
**SUBDECANA PACULTAD DE FILOSOFIA LETRAS  
Y CIENCIAS DE LA EDUCACION**  
Cuenca.-

De mi consideración:

Reciba un cordial saludo a nombre de los que conformamos el Colegio de bachillerato "Dr. Modesto Chávez Franco", al cual me honro en representar.

Luego distraigo su atención para darle a conocer a usted, que este rectorado autoriza a la Ing. Wendy Isabel Castillo Moreno, docente de la institución de mi dirección para que realice la aplicación de una encuesta y la implementación de la propuesta de un trabajo de Grado titulada "RECURSOS DIDÁCTICOS MANIPULATIVOS COMO ESTRATEGIA METODOLOGICA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE FACTORIZACIÓN", para ejecutarla con los estudiantes del Décimo Año de Educación Básica y el docente de la asignatura de Matemática de dicho nivel, la misma que la ejecutó desde la presente fecha hasta culminar el año lectivo 2015-2016 según cronograma presentada por la Post-gradista.

Aprovecho la oportunidad para expresarle los sentimientos de respeto y consideración.

Atentamente,

  
Mgs. Tatiana Cuesta Fernández  
RECTORA  
MGB.-



**ANEXO 2: Consentimiento informado**

Miércoles 15 de Diciembre del 2015

Señor (a)

---

PADRE DE FAMILIA Y/O REPRESENTANTE LEGAL

De mi consideración

Soy estudiante de la Maestría en Docencia de las Matemáticas de la Universidad de Cuenca y estoy llevando a cabo un estudio sobre “Recursos Didácticos Manipulativos como estrategia metodológica y su incidencia en el dominio de conocimientos de factorización” en estudiantes de décimo año de Educación General Básica como requisito para obtener el título de Magíster en Docencia de las Matemáticas. El objetivo del estudio es “Diagnosticar los conocimientos básicos y procesos algorítmicos como prerrequisitos para estudiar el tema de Factorización en los estudiantes del décimo año de Educación Básica del Colegio de Bachillerato Dr. Modesto Chávez Franco. Solicito su autorización para que su hijo(a) participe voluntariamente en este estudio.

El estudio consiste en la aplicación de un cuestionario el cual contiene 93 ítems y dos pruebas una diagnóstica al inicio del proceso y otra luego de aplicar la propuesta. El proceso será estrictamente confidencial y su nombre no será utilizado en ninguna instancia. La participación o no en el estudio no afectará la calificación del estudiante.

La participación es voluntaria. Usted y su hijo(a) tienen el derecho de retirar el consentimiento para la participación en cualquier momento. El estudio no conlleva ningún riesgo ni recibe ningún beneficio. No recibirá ninguna compensación por participar. Los resultados grupales estarán listos al finalizar la redacción del informe. Si tiene alguna pregunta sobre esta investigación, se puede comunicar con la investigadora al celular N° 0988472931, o con mi director (a) de investigación Dra. Neli Gonzáles Prado al móvil 0984980291.

Si desea que su hijo (a) participe, favor llenar el talonario de autorización y devolver al profesor del estudiante.

Preguntas o dudas sobre los derechos de su hijo(a), como participante de este estudio pueden ser dirigidas a la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca ubicada en la Av. 12 de Abril y Av. Loja.

Wendy Isabel Castillo Moreno  
Investigadora

---

**AUTORIZACIÓN**

He leído el procedimiento descrito arriba. La investigadora me ha explicado el estudio y ha contestado todas mis preguntas. Voluntariamente doy mi consentimiento para que mi hijo(a) \_\_\_\_\_, participe en el estudio de Wendy Isabel Castillo Moreno sobre



LOS RECURSOS DIDÁCTICOS MANIPULATIVOS COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA Y SU INCIDENCIA EN EL DOMINIO DE CONOCIMIENTOS DE FACTORIZACIÓN. He recibido copia de este procedimiento.

\_\_\_\_\_  
PADRE DE FAMILIA Y/O REPRESENTANTE LEGAL

FECHA

### **ANEXO 3:** Encuesta sobre estrategias metodológicas.

#### **CUESTIONARIO DEL ESTUDIANTE**

##### **OBJETIVO:**

- Determinar los diversos tipos de estrategias metodológicas y recursos didácticos que aplican los docentes Colegio de Bachillerato Dr. Modesto Chávez Franco en la las clases de matemáticas.

##### **DATOS GENERALES:**

Nombre del entrevistador: Ing. Wendy Isabel Castillo Moreno

Nombre de la Institución: .....

Código AMIE: 07H1046

Localidad..... Parroquia.....

Dirección Distrital: Santa Rosa 07D06

Este colegio es: ( ) Urbana ( ) Rural

Sexo: Masculino ( ) Femenino ( )

Edad: ..... años cumplidos

Estimado(a) estudiante:

Para responder las siguientes cuestiones, por favor tome en cuenta lo realizado por su docente en las clases de Matemáticas en el presente año lectivo.

Marque con una X de acuerdo a la frecuencia con realizada cada una de las actividades planteadas.

**¿Con qué frecuencia el docente emplea las siguientes estrategias de enseñanza en sus clases de matemática?**

	Diariamente	Una o dos veces por semana	Algunas veces	No acostumbra emplearla
1. Dar instrucciones de manera detallada.				
2. Facilitar la discusión				
3. Explicar un concepto o tema utilizando el pizarrón				
4. Explicar un concepto o tema con dispositivos audiovisuales (proyector, TV, etc.)				
5. Apoyar en forma individual a algún alumno cuando no entiende algo.				
6. Pedir a los alumnos leer en clase en forma individual				
7. Organizar al grupo para el trabajo en equipos				
8. Trabajar con los estudiantes en forma individual				
9. Explicar un concepto o tema empleando computadoras.				
10. Producir sesiones de discusión mediante preguntas y respuestas				
11. Explicar un concepto usando objetos o herramientas que se pueden manipular.				
12. Aplicar un examen o evaluación				
13. Pedir que se recuerde la clase anterior				
14. Permitir el uso de las calculadoras				
15. Dejar tarea				
16. Usar el libro de texto gratuito del Ministerio de Educación				
17. Emplear materiales impresos diferentes al libro de texto.				
18. Organizar a los estudiantes para discutir sobre diferentes formas de resolución de problemas matemáticos.				
19. Proponer ejemplos que involucren situaciones de la vida cotidiana				
20. Repasar los temas que no entendieron algunos estudiantes				
21. Revisar los trabajos de los estudiantes				
22. Pedir a los estudiantes que realicen exposiciones por equipos				
23. Explicar mediante ejemplos				
24. Pedir a los estudiantes que elaboren cuestionarios o resúmenes				
25. Volver a explicar temas o conceptos no bien entendidos por los estudiantes.				

**¿Con qué frecuencia el docente realiza las siguientes actividades requeridas por sus estudiantes en las clases de matemática?**

	Diariamente	Una o dos veces por semana	Algunas veces	No acostumbra emplearla
26. Preguntar para saber si recuerdan conceptos o temas vistos				
27. Producir discusiones en donde participe todo el grupo				
28. Pedir que escuchen u observen explicaciones o demostraciones del maestro				
29. Proporcionar objetos o diversos materiales para que puedan manipularlos				
30. Poner tareas o actividades de rutina				
31. Usar el libro de texto				
32. Pedir que respondan a preguntas abiertas.				

**¿Con qué frecuencia el docente realiza estas acciones en el desarrollo de sus clases de matemática?**

	Diariamente	Una o dos veces por	Algunas veces	No acostumbra emplearla
33. Explicar enlazando temas de clase con situaciones de la vida real				
34. Trabajar individualmente con trabajos de los estudiantes				
35. Evaluar y mejorar su propio trabajo				
36. Trabajar con problemas o temas que solamente algunos estudiantes resolvieron o entendieron adecuadamente				
37. Trabajar con problemas en donde los estudiantes encontraron la forma de resolverlos				
38. Evaluar el trabajo de los estudiantes				
39. Realizar eventos o actividades y explicar porqué los alumnos fueron organizados de esa manera				
40. Explicar a todo el grupo, soluciones o respuestas que se desarrollaron antes por pequeños grupos de estudiantes				
41. Evaluar su trabajo como docente junto con los estudiantes				

**Cuando un estudiante se equivoca al dar una respuesta en la clase de matemáticas ¿Qué hace el docente?**

	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Nunca
42. Repite la pregunta para que otro alumno la conteste				
43. Le pregunta al que más sabe del grupo				
44. Le da el mismo la respuesta correcta				

**Al encargar tarea para la casa a los estudiantes, ¿con qué frecuencia el docente les pide lo siguiente?**

	Diariamente	Una o dos veces por	Algunas veces	No acostumbra emplearla
45. Hacer un diario de la clase				
46. Resolver problemas				
47. Pedirles que lean				
48. Buscar información				
49. Actividades de los libros de textos				
50. Preparar exposiciones ante el grupo				
51. Explicar a partir de ejemplos				
52. Analizar e interpretar información				
53. Organizar, resumir o mostrar información				
54. Trabajar en problemas en los cuales tienen que aplicar sus propias estrategias de solución.				
55. Aplicar conceptos o principios a situaciones diferentes o no familiares para el estudiante				
56. Leer material complementario				
57. Completar ejercicios de rutina o problemas en hojas, libros de trabajo o de texto.				

**Respecto a las tareas de los estudiantes, ¿con qué frecuencia el docente hizo lo siguiente?**

	Diariamente	Una o dos veces por semana	Algunas veces	No acostumbra emplearla
58. Revisar al día siguiente				
59. Señalar los errores				
60. Usted mismo corregir				
61. Decirles a los estudiantes que ellos mismos hagan las correcciones				
62. Solicitar a uno de sus compañeros estudiantes que le ayuden a corregirla				
63. Usar las tareas para que se hagan discusiones en clase				
64. Asegurarse de que se haya entendido el tema que encargué				
65. Llevar un registro de las tareas presentadas.				
66. Registrar la tarea solamente si fue terminada				
67. Guardar las tareas en el portafolio o carpeta de sus estudiantes				
68. Usar las tareas como base para evaluar a los estudiantes				
69. Usar las tareas como base para planificar otra clase				

**¿Con qué frecuencia el docente de matemáticas evaluó con los siguientes propósitos?**





	Diariamente	Una o dos veces por semana	Algunas veces	No acostumbra emplearla
70. Determinar el avance de los alumnos				
71. Dar retroalimentación				
72. Diagnosticar problemas de aprendizaje de los estudiantes				
73. Dar a conocer a los padres de familia los avances de los hijos				
74. Asignar a los estudiantes a diferentes programas educativos				
75. Planificar para futuras evaluaciones				

**Para determinar el avance de los estudiantes, indique la importancia que el docente le da a los siguientes elementos.**

	Diariamente	Una o dos veces por semana	Algunas veces	No acostumbra emplearla
76. Esfuerzo				
77. Participación en la clase				
78. Nivel de logro				
79. Nivel de logro con relación al resto de los estudiantes				
80. Cumplimiento de tareas				
81. Atención constante a la clase				
82. Resultados de pruebas estandarizadas aplicadas por instancias externas a la institución				
83. Resultados de pruebas con preguntas abiertas				
84. Resultados de pruebas de opción múltiple elaboradas por el docente				
85. Desempeño en ejercicios prácticos				
86. Mis apreciaciones de los estudiantes				

**87. ¿Con qué frecuencia el docente de matemáticas le encarga tarea para resolver en casa? (Por favor, sólo responde una de las 5 opciones)**

- ☐ Diariamente  
☐ Cada dos días  
☐ Cada tres o cuatro días  
☐ Una vez por semana  
☐ Casi nunca encarga tarea  
☐ Nunca

**88. Con respecto a la comunicación que el docente de matemáticas tiene con los padres sobre los avances de los estudiantes.....**



	Diariamente	Una o dos veces por	Algunas veces	No acostumbra emplearla
89. Les informa sobre los avances que tienen en clase				
90. Les informa sobre las dificultades que tienen en clase				
91. Les informa sobre el comportamiento dentro y fuera del aula de clases				
92. Les informa sobre los derechos y deberes que deben asumir como representantes legales de acuerdo a lo que enmarca la Ley Orgánica de la Educación Intercultural (L.O.E.I)				
93. Les informa sobre la asistencia a clases				
94. Les informa sobre normativas disciplinarias de la institución				

#### ANEXO 4: Prueba de diagnóstico (Pre-test)

### COLEGIO DE BACHILLERATO “DR. MODESTO CHÁVEZ FRANCO” Santa Rosa – El Oro – Ecuador



#### PRUEBA DE DIAGNÓSTICO (Pre-Test)

**Asignatura:** Matemáticas

**Curso:** Décimo año de Educación Básica

**Profesora:** \_\_\_\_\_

**Paralelo:** B - C

**Objetivo:** Diagnosticar los conocimientos básicos y procesos algorítmicos como prerrequisitos para estudiar el tema de Factorización en los estudiantes del décimo año de Educación Básica del Colegio de Bachillerato Dr. Modesto Chávez Franco.

**Fecha:** \_\_\_\_\_ **N°** \_\_\_\_\_

**Sexo:**

☐

Hombre

☐

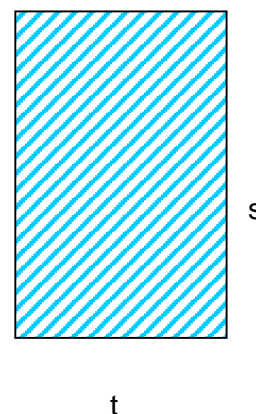
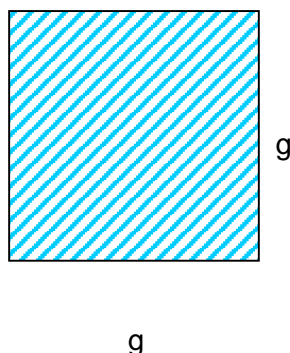
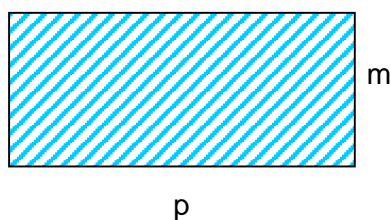
Mujer

#### Preguntas:

##### 1. Cálculo de Áreas.

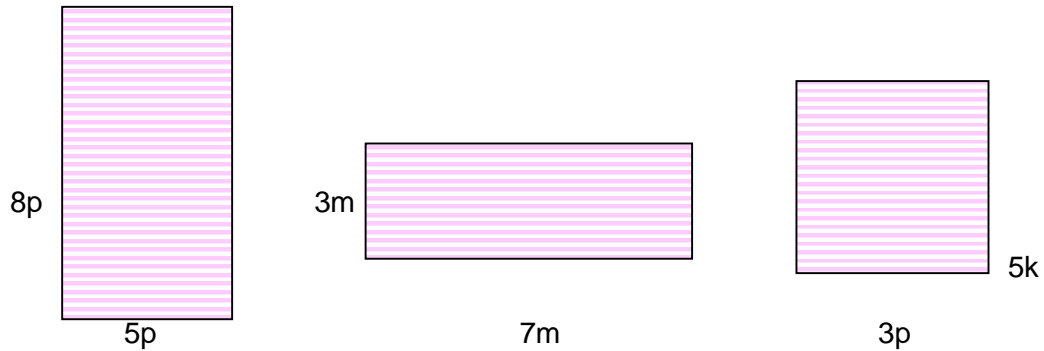
Dados los siguientes paralelogramos (cuadrados o rectángulos), calcula las áreas de cada figura:

Ejemplos:





$A_{\square} =$	$A_{\square} =$	$A_{\square} =$
-----------------	-----------------	-----------------



$A_{\square} =$	$A_{\square} =$	$A_{\square} =$
-----------------	-----------------	-----------------

2. Desarrolle el siguiente producto notable y encierre la respuesta correcta.

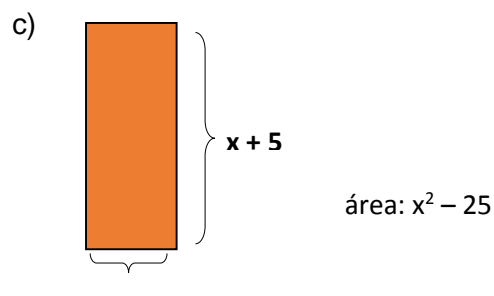
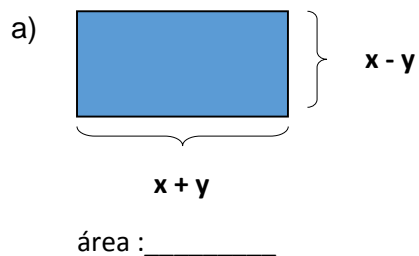
$$(a + 6)(a + 8) =$$

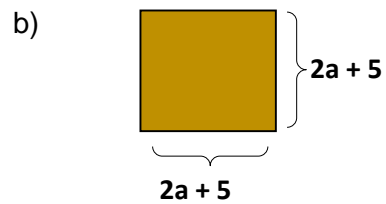
- a)  $a^2 + 48a + 48$
- b)  $a^2 + 48 + 14a$
- c)  $a^2 + 48a + 14$
- d)  $a^2 + 2a + 48$

3. Completa las siguientes igualdades:

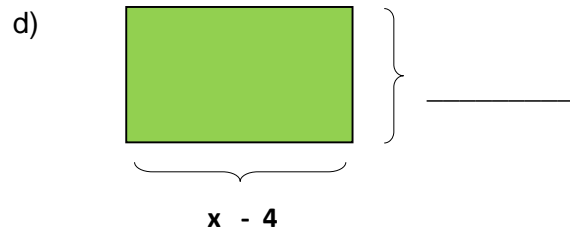
- a)  $(a + b)(a \quad) = a^2 - b^2$
- b)  $(a + b)(a + \quad) = \quad + (b + c)a + \quad$
- c)  $(4x - 3)^2 = 16x^2 \quad 9$

4. Completa el dato que falta en cada una de las siguientes representaciones geométricas de los productos notables:





área: \_\_\_\_\_



área:  $x^2 - 7x + 12$

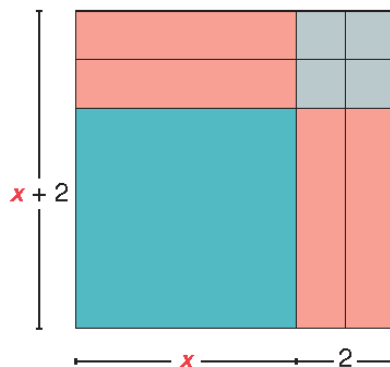
5. Determine cuál de los siguientes resultados corresponden al producto de los factores:  $(x + 2)(x + 2)$  de la gráfica.

a)  $x^2 + 4x + 4$

b)  $x^2 - 4x + 4$

c)  $x^2 + 4x - 4$

d)  $x^2 - x + 4x$



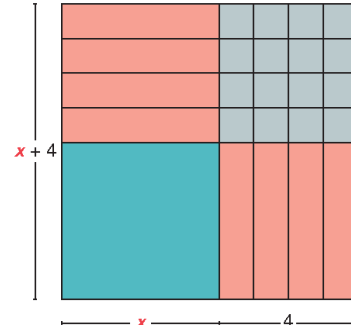
6. Seleccione el trinomio que representa el área total del siguiente cuadrado.

a)  $x^2 + 8x + 16$

b)  $x^2 - 8x + 16$

c)  $x^2 + 8x - 16$

d)  $x^2 - 8x - 16$



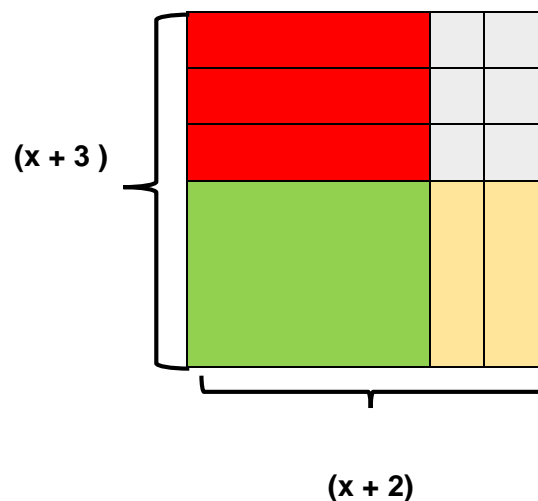
7. Seleccione el área que representa al siguiente rectángulo.

a)  $x^2 + 8x - 6$

b)  $x^2 + 5x + 6$

c)  $x^2 + 6x + 5$

d)  $x^2 - 5x + 6$





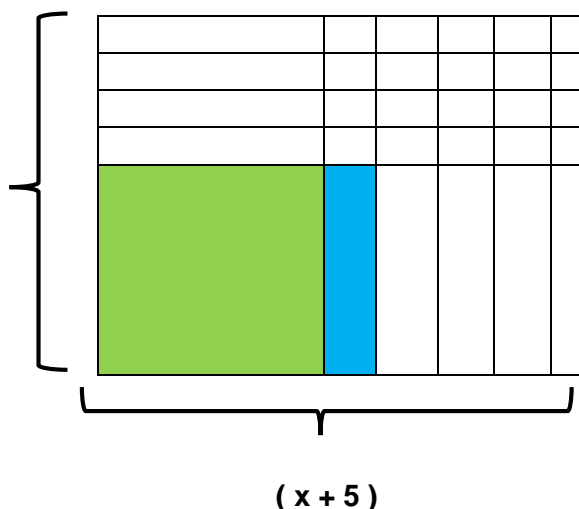
8. Seleccione el área que correspondiente al producto de los factores indicados en siguiente rectángulo.

a)  $x^2 + 20x + 1$

b)  $x^2 + 5x + 1$

c)  $x^2 + x - 20$        $(x - 4)$

d)  $x^2 - 5x + 6$



9. En los cuadros de la derecha escriba el número que relacione correctamente cada producto notable con su respectivo desarrollo de solución:

1. *Producto de dos binomios con término común*

2. *Suma por diferencia de dos términos comunes*

3. *Cuadrado de la suma de un binomio*

4. *Cuadrado de la diferencia de un binomio*


$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + c)(a + b) = a^2 + (b + c)a + bc$

10. Analiza la expresión escrita en lenguaje común y luego selecciona entre las opciones, la expresión correspondiente en lenguaje algebraico.

Lenguaje común

- El cuadrado de la diferencia de a y b.

Lenguaje algebraico

a)  $a^2 - b^2$

b)  $(a - b)^2$

c)  $a^2 - b$

d)  $(a^2 - b^2)^2$

11. Analiza las siguientes igualdades y encierra en un círculo el literal verdadero:

a)  $x \cdot x = 2x$

b)  $x^2 \cdot x^3 = x^5$

c)  $x^2 + x^3 = x^5$

d)  $x^3 = 3x$

12. Dado el polinomio:  $4x^2 - 2x^2 + x + 1 - 3x^2 + x^2 - x + 7 - x^2 - 4x^2 - 3x + 5$ . Exprésalo en forma reducida.

a)  $-5x^2 + 3x - 11$

b)  $5x^2 + 2x - 13$



c)  $-5x^2 - 3x + 13$

d)  $6x^2 + 3x - 11$

13. Subraya el producto notable al que corresponde el polinomio  $x^2 - 4x + 4$  :

a)  $(x + 2)^2$

b)  $(x - 2)^2$

c)  $(x + 4)^2$

d)  $(x - 4)^2$

Ing. Quím. Wendy Castillo  
INVESTIGADOR

ANEXO 5: Prueba final de aprendizaje (Post – test)

**COLEGIO DE BACHILLERATO “DR. MODESTO CHÁVEZ FRANCO”**  
Santa Rosa – El Oro – Ecuador



**PRUEBA FINAL DE APRENDIZAJES (Post-test)**

Asignatura: Matemáticas

Curso: Décimo año de Educación Básica

Docente:

Paralelo: B - C

**Objetivo:** Evaluar los conocimientos alcanzados en el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de Factorización, mediante la incorporación de fichas algebraicas imantadas con los estudiantes del décimo año de Educación Básica del Colegio de Bachillerato Dr. Modesto Chávez Franco.

Fecha: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

Sexo:

☐
☐

M

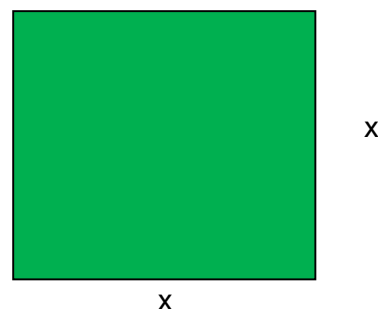
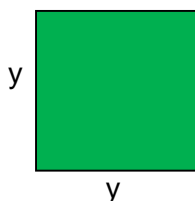
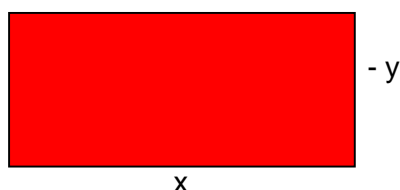
F

**Preguntas:**

**1. Cálculo de Áreas.**

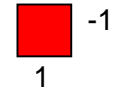
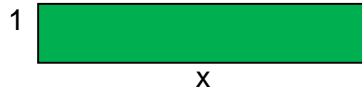
Dados los siguientes paralelogramos (cuadrados o rectángulos), calcula el área de cada figura:

Ejemplos:





$A_{\square} =$	$A_{\square} =$	$A_{\square} =$
-----------------	-----------------	-----------------



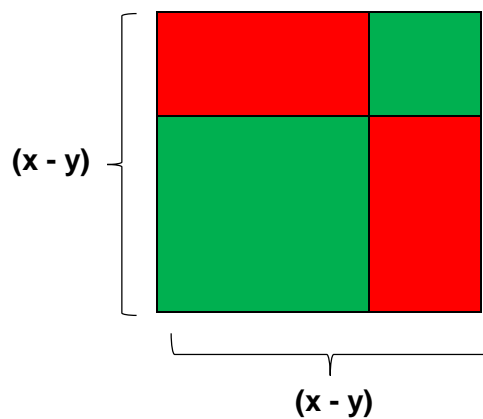
$A_{\square} =$	$A_{\square} =$	$A_{\square} =$
-----------------	-----------------	-----------------

2. Desarrolla el siguiente Producto Notable, luego realiza la gráfica y pinta el área resultante.

$$(a + 3)(a - 5) =$$

3. Determina a cuál de los siguientes casos de factorización corresponde el producto de los factores:  $(x - y)(x - y)$  de la gráfica.

- a)  $x^2 + 4xy + y^2$
- b)  $x^2 - 4x + 4$
- c)  $x^2 + 4x - 4$
- d)  $x^2 - 2xy + y^2$



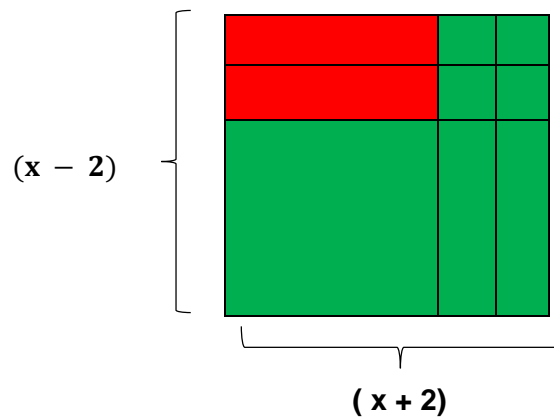
4. Determina cuál de los siguientes trinomios le corresponde al producto de los factores  $(x - 2)(x + 2)$  de la gráfica.

a)  $x^2 - 4$

b)  $x^2 + 4$

c)  $x^2 - 4x + 4$

d)  $x^2 + 4x - 4$



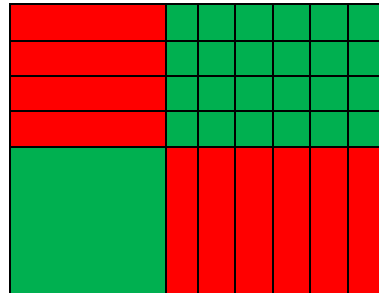
5. Seleccione los factores que corresponden a la base y la altura del siguiente rectángulo.

a)  $(x + 4)(x - 6)$

b)  $(x - 4)(x + 6)$

c)  $(x - 6)(x - 4)$

d)  $(x + 6)(x + 4)$



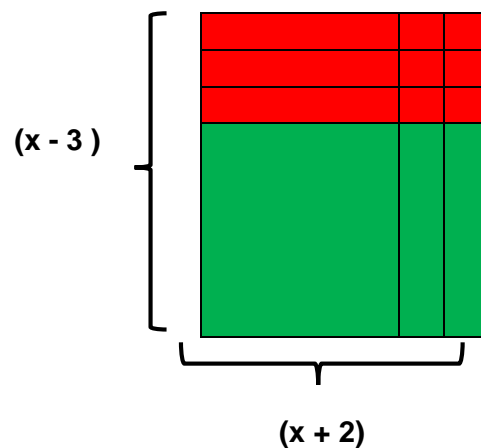
6. Seleccione el trinomio que representa el área del rectángulo cuyas dimensiones se muestran en la gráfica.

a)  $x^2 + 5x - 6$

b)  $x^2 + x + 6$

c)  $x^2 + 6x + 5$

d)  $x^2 - x - 6$







7. Seleccione el área correspondiente al producto de los factores indicados en siguiente rectángulo y luego píntelo con los colores de las fichas rojas o verdes según corresponda a los signos.

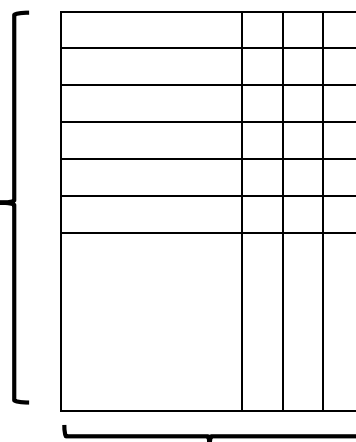
a)  $x^2 + 18x + 6$

b)  $x^2 + 3x - 18$

c)  $x^2 + x - 18$

d)  $x^2 - 3x + 6$

$(x + 6)$



$(x - 3)$

8. En los cuadros de la derecha escriba el número que relacione correctamente cada producto notable con su respectivo desarrollo de solución:

1. *Producto de dos binomios con un término común*

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2. *Suma por la diferencia de dos términos comunes*

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

3. *Cuadrado de la diferencia de un binomio*

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

4. *Cuadrado de la suma de un binomio*

$(a + c)(a + b) = a^2 + (b + c)a + bc$

9. Analiza la expresión escrita en lenguaje común y luego selecciona entre las opciones, la expresión correspondiente en lenguaje algebraico.

Lenguaje común

- El cuadrado de la suma de a y b.

Lenguaje algebraico

a)  $a^2 + b^2$

b)  $(a + b)^2$

c)  $a^2 + b$

d)  $(a^2 + b^2)^2$

10. Analiza las siguientes igualdades y encierra en un círculo el literal verdadero:

a)  $x^3 = 3x$

b)  $x^2 + x^3 = x^5$

c)  $x^2 \cdot x^3 = x^5$

d)  $x \cdot x = 2x$



11. Dado el polinomio:  $8x^2 - 3x^2 + 2x - 5 - 6x^2 + 2x^2 - x - 14 - 4x^2 + 9x^2 + 3x + 1 - 5x^2 + 6$ . Reduce los términos semejantes, encierra el resultado correcto y luego factorízalo.

**Respuesta**

a)  $x^2 + 4x - 12$

b)  $x^2 + 2x - 10$

c)  $x^2 - 3x - 13$

d)  $x^2 + 3x - 11$

---



---

12. Subraya el producto notable al que corresponde el polinomio  $x^2 - 4x + 4$  :

a)  $(x + 2)^2$

b)  $(x - 2)^2$

c)  $(x + 4)^2$

d)  $(x - 4)^2$

13. En los cuadros de la derecha escriba el número que relacione correctamente cada caso de factorización con su respectivo ejemplo de la derecha.

1. Trinomio de la forma  $x^2 + bx + c$

2. Diferencia de cuadrados perfectos

3. Trinomio Cuadrado Perfecto

<input type="text"/>	$4a^2 - 12ab + 9b^2$
<input type="text"/>	$a^2 - 121b^2$
<input type="text"/>	$x^2 + 7x - 18$

Ing. Quím. Wendy Castillo  
INVESTIGADOR

Dra. Neli Gonzáles Prado  
DIRECTORA DE TESIS

**ANEXO 6:** Tabla de especificaciones de la prueba de diagnóstico (Pre-test) y de la prueba final de aprendizajes (Post-test).

ASIGNATURA: Matemáticas			NÚMERO DE ESTUDIANTES: 58	
DOCENTE:			AÑO LECTIVO: 2015 - 2016	
CURSO: Décimo Año de E.G.B.			PARALELO: B - C	
MÓDULO: 4			CANTIDAD DE PREGUNTAS: 13	
DOMINIO	CONTENIDOS DE APRENDIZAJE	NIVEL TAXONÓMICO	Número de Preguntas considerada para cada habilidad	Total
<b>Geometría</b>	Concepto de áreas (representación algebraica de áreas conocidas)	Comprensión	1	1
	Cálculo Áreas de figuras planas	Conocimiento y aplicación	4	1
<b>Algebra</b>	Lenguaje algebraico	Comprensión	6	1
	Operaciones con polinomios.	Aplicación de algoritmos	8 , 9 , 11	3
	Desarrollo de Productos notables	Aplicación de algoritmos	2, 3, 5, 10,13	5
	Factorización	Aplicación en la resolución de problemas.	7,12	2
				<b>13</b>

Fuente: Autor

**ANEXO N° 7:** Encuesta para evaluar la propuesta

**ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES**  
**DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL**  
**COLEGIO DE BACHILLERATO DR. "MODESTO CHAVEZ FRANCO**

**FECHA:** \_\_\_\_\_**N°:** \_\_\_\_\_

**OBJETIVO:** Evaluar el impacto de las estrategias metodológicas que incluyen recursos didácticos manipulativos en el aprendizaje de la factorización por parte de los estudiantes del colegio Doctor Modesto Chávez Franco en el periodo 2015-2016.

**INSTRUCCIONES:** Marque con una X en cada uno de las casillas según las opciones indicadas en cada una de los ítems de las preguntas generales.

- 1. Marque SI o NO en cuanto a las características que poseen los recursos didácticos manipulativos incorporados en las clases de matemática para la enseñanza- aprendizaje de factorización.**

INDICADORES	SI	NO
El recurso o material didáctico posee una forma adecuada.		
Es pertinente el tamaño		
Los colores son agradables para el nivel de estudio del estudiante.		
La calidad del material didáctico contribuye a una adecuada manipulación por parte de los estudiantes.		
Facilitan el aprendizaje de los contenidos.		
El tipo de manipulativos es adecuado para el nivel académico de los estudiantes.		
Son fáciles de manipular.		
Favorecen la comprensión de conceptos.		
Dinamizan el proceso de enseñanza aprendizaje.		
El tipo de material permite desarrollar las destrezas con criterio de desempeño.		



**2. Marque SI o NO en cuanto a las actividades pedagógicas planificadas por el docente para la enseñanza- aprendizaje significativo de factorización.**

INDICADORES	SI	NO
11. El uso adecuado del material contribuye al cumplimiento de los objetivos de la clase.		
12. La Planificación de la clase incluye el manejo de recursos didácticos.		
13. El docente demuestra el dominio de conceptos y procesos respecto al tema de factorización.		
14. El docente demuestra destreza en la manipulación de las fichas algebraicas imantadas empleadas en la clase de matemáticas para el tema de factorización..		
15. Es adecuado el número de estudiantes en cada grupo para el desarrollo de las clases que incorpora el uso de recursos didácticos manipulativos (fichas algebraicas).		
16. Es adecuada la metodología instruccional dada por el docente para el uso del material.		
17. Es suficiente el tiempo asignado para el desarrollo de ejercicios con los manipulativos durante la clase.		
18. La organización de los grupos fue pertinente en el aula de clases.		

**3. Marque SI, A VECES o NO de acuerdo a las actividades realizadas por los estudiantes durante el desarrollo de las clases de factorización con recursos didácticos manipulativos concretos.**

INDICADORES	SI	A VECES	NO
19. Manipulan espontáneamente el material didáctico.			
20. Identifican formas, colores y representaciones del material concreto.			
21. Trabajan con autonomía en la clase.			
22. Utilizan los recursos didácticos en momentos apropiados de la clase.			
23. Se muestran entusiastas explorando el material didáctico.			
24. Muestra predisposición para trabajar con el material didáctico.			
25. Desean continuar hasta el final con las actividades propuestas por el docente.			
26. Establecen distintas formas de resolución de ejercicios haciendo uso del material concreto.			
27. Potencian su imaginación para idear alternativas que le ayudan a resolver significativamente los ejercicios planteados por el docente.			
28. Desarrollan su creatividad a través de la composición y descomposición de figuras geométricas (cuadrados y rectángulos).			
29. Proponen ejemplos prácticos y los resuelven haciendo uso del material concreto.			
30. Aplican diversas estrategias para resolver problemas propuestos o no por el docente.			
31. Se evidencian interacciones entre estudiantes diferentes equipos de trabajo con el material didáctico.			



**4. ¿En qué porcentaje piensa que ha alcanzado las siguientes destrezas con criterio de desempeño después de la culminación de las sesiones que incorporaron el uso de manipulativos?**

INDICADORES DE LOGRO	20%	40%	60%	80%	100%
32. Define el concepto de Factorización.					
33. Identifica las características de cada uno de los casos de Factorización estudiados.					
34. Identifica y genera ejemplos válidos y no válidos sobre cada caso.					
35. Clasifica los casos según el número de términos.					
36. Compara y contrasta características de cada caso.					
37. Utiliza adecuadamente sus conocimientos matemáticos.					
38. Desarrolla estructuras conceptuales comunes sobre el tema de factorización.					
39. Resuelve diferentes ejercicios de factorización sin el uso de material concreto.					
40. Resuelve diferentes ejercicios de factorización con el uso de material concreto.					
41. Relaciona el lenguaje cotidiano con el lenguaje y los símbolos matemáticos.					
42. Identifica los valores representados por cada una de las fichas algebraicas imantadas.					
43. Modela situaciones usando métodos orales, escritos, concretos, pictóricos, gráficos y algebraicos.					
44. Utiliza las destrezas de leer, escuchar y visualizar para interpretar y evaluar ideas sobre el tema de factorización.					
45. Aprecia el valor de la notación algebraica y el papel que cumple en el desarrollo de ideas matemáticas.					
46. Aprecia el valor de la notación algebraica y el papel que cumple en el desarrollo de ideas matemáticas.					
47. Usa modelos, hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar sus ideas sobre el tema.					
48. Justifica sus respuestas y procesos de solución de los diversos casos de factorización haciendo uso del material concreto.					
49. Usa conceptos y conexiones para analizar situaciones matemáticas reales.					
50. Reconoce y utiliza el razonamiento inductivo para reconocer patrones y formular conjeturas.					
51. Elabora y evalúa conjeturas y argumentaciones sobre los métodos de solución de los casos.					
52. Analiza situaciones para hallar propiedades y características comunes entre los casos de factorización.					
53. Formula problemas a partir de situaciones cotidianas y matemáticas.					
54. Desarrolla y aplica estrategias para resolver ejercicios de manera práctica.					
55. Verifica e interpreta resultados en relación a los problemas originales.					
56. Evalúa la validez de resultados de problemas con					



sus compañeros.					
57. Usa enfoques de resolución de problemas para investigar y entender contenidos matemáticos.					
58. Reconoce y formula problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las clases de matemáticas.					
59. Relaciona diferentes representaciones de conceptos o procedimientos entre sí.					
60. Utiliza la solución de un caso para comprender la solución de casos similares.					
61. Utiliza los conocimientos de factorización en representaciones geométricas.					
62. Usa los conocimientos adquiridos en la vida diaria.					
63. Confía en sus conocimientos de factorización y en la matemática para resolver ejercicios, comunicar ideas y razonar.					
64. Reflexiona sobre su pensamiento y actuación en la clase de matemáticas.					
65. Valora la aplicación de sus conocimientos a situaciones surgidas en otras asignaturas y en la experiencia diaria.					
66. Valora la matemática como herramienta y como lenguaje.					

**GRACIAS POR SU COLABORACIÓN..**



**ANEXO 8: Fotografías sobre el desarrollo de la propuesta didáctica.****Fotografía 1. Pre-test grupo de control****Fotografía 2. Pre-test grupo experimental****Fotografía 3. Construcción de los recursos didácticos manipulativos "FICHAS ALGEBRAICAS IMANTADAS"****Fotografía 4. Sesión de aprendizaje N° 1. Manejo de las fichas y representación de polinomios****Fotografía 5. Participación activa de los estudiantes del grupo experimental.**





**Fotografía 6. Sesiones de aprendizaje con los estudiantes del grupo experimental.**



**Fotografía 7. Aplicación de la Pos-test a los estudiantes del grupo de control y experimental.**

